

Ingranaggi non circolari

L'ARTICOLO PRESENTA LA CINEMATICA DI BASE DEGLI INGRANAGGI NON CIRCOLARI, IL CALCOLO DEI PROFILI CONIUGATI E LA GENERAZIONE DEI DENTI. POICHÉ IL CALCOLO DELLA RESISTENZA DEGLI INGRANAGGI NON CIRCOLARI NON È STANDARDIZZATO, È NECESSARIO UN METODO DI CALCOLO SPECIALE CHE PERMETTA UN CALCOLO APPROSSIMATIVO DELLA RESISTENZA DI TALI INGRANAGGI

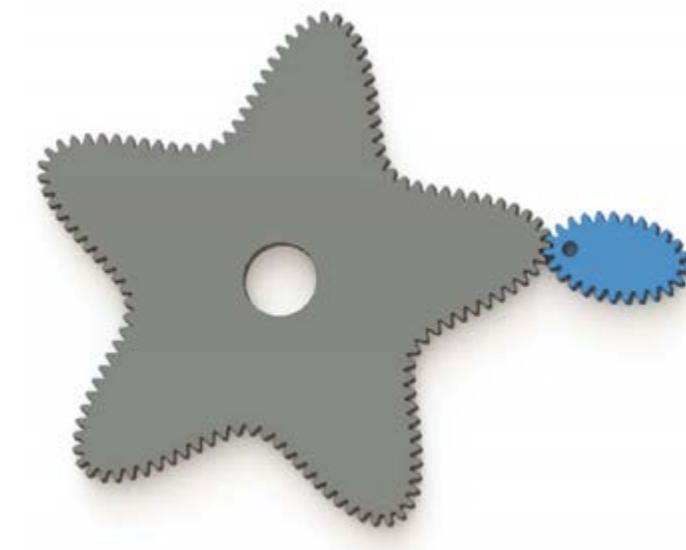
Gli ingranaggi non circolari (NCG: Non Circular Gears) sono stati ideati da Leonardo da Vinci nel XVI secolo e da allora hanno trovato impiego in diverse applicazioni. Le prime pubblicazioni conosciute sono arrivate nel XIX secolo da Holditch, Brown e Reuleaux [1-3]. Più tardi, seguirono diverse pubblicazioni interessanti [4-8]. Nell'ultimo decennio c'è stato un crescente interesse nel campo degli ingranaggi non circolari [9-11] a causa dei loro vantaggi rispetto agli ingranaggi circolari. Una panoramica completa degli ingranaggi non circolari è stata fatta da Litvin [12]. Anche se sono disponibili sempre più pubblicazioni sugli ingranaggi non circolari, la loro conoscenza è ancora molto limitata, soprattutto rispetto agli ingranaggi cilindrici.

Gli ingranaggi non circolari sono progettati per avere in uscita coppia e velocità variabili. Possono avere anche l'interasse variabile. Di solito, ci sono due possibilità per progettare gli ingranaggi non circolari:

1) dato il profilo primitivo (operating pitch line: OPL) della ruota motrice, vengono calcolati la funzione del rapporto di trasmissione e l'OPL della ruota condotta,

2) data la funzione del rapporto di trasmissione, si calcolano gli OPL delle due ruote.

I profili coniugati (le curve primitive) degli ingranaggi non circolari sono comunemente ellissi per via della loro semplicità [12].



Tuttavia, per ottenere funzioni di rapporto di trasmissione più complesse, per gli OPL degli ingranaggi si possono usare forme ellittiche modificate, ellissi con n lobi o altre funzioni.

A causa delle difficoltà di realizzazione con i tradizionali materiali da ingranaggi (come l'acciaio o il bronzo), gli NCG sono usati in applicazioni di piccole dimensioni. Il prezzo di produzione di un ingranaggio non circolare in plastica è simile a quello di un ingranaggio cilindrico in plastica di dimensioni analoghe.

Il rapporto di trasmissione variabile è il vantaggio principale degli ingranaggi non circolari, rispetto agli ingranaggi cilindrici. Tuttavia, a causa di questa continua variazione dei carichi e delle velocità, possono verificarsi ulteriori vibrazioni e forze sui cuscinetti, specialmente se gli ingranaggi non ruotano attorno al loro baricentro. Gli NCG sono spesso usati nell'industria tessile e nelle macchine automatiche per migliorare la cinematica, nei potenziometri, nei CVT, nelle presse meccaniche e nelle applicazioni di sterzo per automobili e navi [7, 13, 14].

Questo articolo presenterà la cinematica di base degli ingranaggi non circolari, il calcolo dei profili coniugati e la generazione dei denti. Poiché il calcolo della resistenza degli ingranaggi non circolari non è standardizzato, verrà mostrato un metodo di cal-

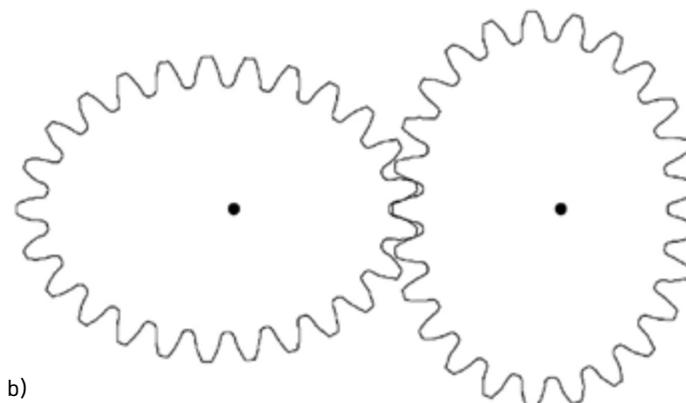
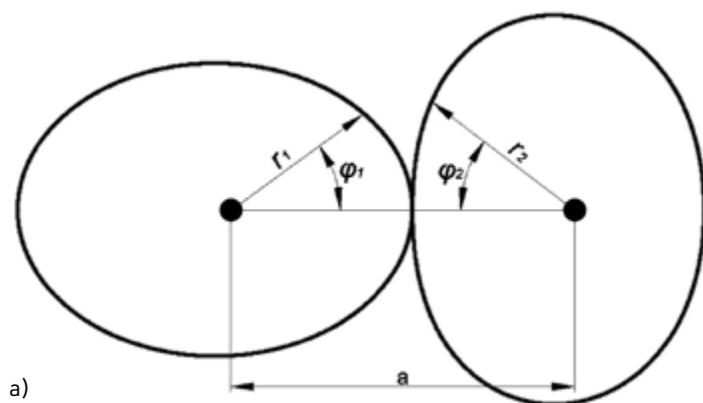


Fig. 1 - a) I profili coniugati e b) e i corrispondenti ingranaggi

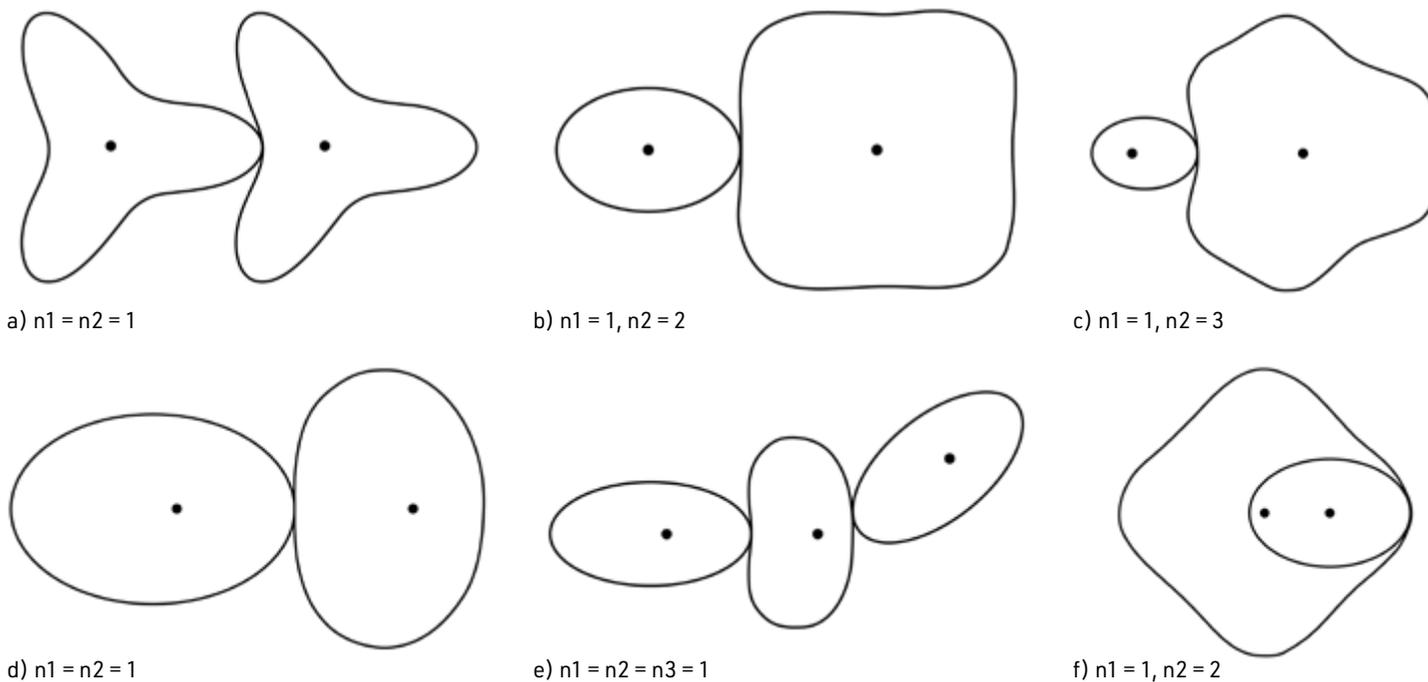


Fig. 2 - Esempi di profili coniugati chiusi

colo speciale che permette un calcolo approssimativo della resistenza degli ingranaggi non circolari.

Profili coniugati

Gli ingranaggi non circolari possono essere rappresentati semplicemente da 2 profili coniugati. Secondo la legge dell'ingranamento, i profili coniugati devono rotolare insieme senza strisciare. La figura 1 i profili coniugati corrispondenti agli ingranaggi non circolari. I profili coniugati della figura 1 possono essere matematicamente rappresentati nel sistema di riferimento polare da $r_1(\varphi_1)$ and $r_2(\varphi_2)$. La corrispondente funzione del rapporto di trasmissione degli ingranaggi può essere scritta come

$$i(\varphi_1) = \frac{\omega_1(\varphi_1)}{\omega_2(\varphi_2)} = \frac{r_2(\varphi_2)}{r_1(\varphi_1)}, \quad (1)$$

dove ω_i è la velocità angolare della ruota i .

Dalla Figura 1, l'interasse a può essere scritto come:

$$r_1(\varphi_1) + r_2(\varphi_2) = a. \quad (2)$$

In questo caso, l'interasse è costante, ma potrebbe anche essere definito come una funzione dell'angolo di rotazione $a(\varphi_1)$. Usando le eq. 1 ed eq. 2, la funzione del rapporto di trasmissione $i(\varphi_1)$ può essere riscritta come:

$$i(\varphi_1) = \frac{a - r_1(\varphi_1)}{r_1(\varphi_1)}. \quad (3)$$

Per soddisfare le condizioni di rotolamento senza strisciamento, le velocità tangenziali nel punto di contatto devono essere uguali e perpendicolari alla linea che collega i centri di rotazione. Quindi:

$$r_1(\varphi_1) d\varphi_1 = r_2(\varphi_2) d\varphi_2. \quad (4)$$

Per il calcolo dell'angolo di rotazione 2, si possono considerare due casi diversi:

CASO 1: Se è noto $r_1(\varphi_1)$, l'eq. 4 può essere risolta in φ_2 (usando eq. 1 e 3):

$$\begin{aligned} d\varphi_2 &= \frac{r_1(\varphi_1)}{r_2(\varphi_2)} d\varphi_1 \\ d\varphi_2 &= \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1 \\ \varphi_2 &= \int_0^{\varphi_1} \frac{r_1(\varphi_1)}{a - r_1(\varphi_1)} d\varphi_1. \end{aligned} \quad (5)$$

CASO 2: Se è noto $i(\varphi_1)$ mentre $r_1(\varphi_1)$ e $r_2(\varphi_2)$ non sono noti, l'eq. 4 può essere riscritta (usando l'eq. 1) così:

$$\begin{aligned} d\varphi_2 &= \frac{r_1(\varphi_1)}{r_2(\varphi_2)} d\varphi_1 \\ d\varphi_2 &= \frac{1}{i(\varphi_1)} d\varphi_1 \\ \varphi_2 &= \int_0^{\varphi_1} \frac{1}{i(\varphi_1)} d\varphi_1. \end{aligned} \quad (6)$$

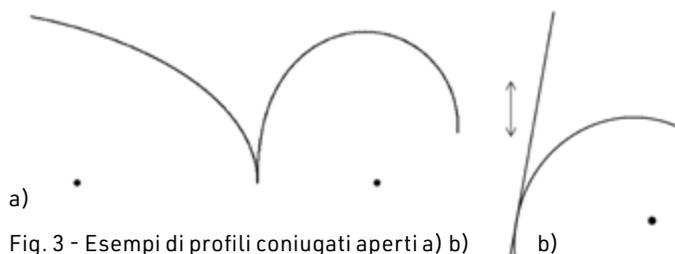
Usando l'eq. 5 o l'eq. 6, si può calcolare una relazione tra φ_1 and $\varphi_2(\varphi_1)$

Per avere una rotazione continua degli ingranaggi, i profili coniugati devono essere dei centroidi chiusi.

La funzione del rapporto di trasmissione $i(\varphi_1)$ deve essere una funzione periodica e il suo periodo T deve essere legato ai periodi di rivoluzione di ogni singolo ingranaggio T_1 e T_2 :

$$T = \frac{T_1}{n_2} = \frac{T_2}{n_1}, \quad (7)$$

dove n_1 ed n_2 sono interi positivi. Diversi esempi di centroidi chiusi sono mostrati nella figura 2. È possibile avere due ingranaggi non circolari identici in contatto (2a), due diversi ingranaggi non circolari (2b, 2c, 2d), un ingranaggio a catena non circolare (2e) o un ingranaggio interno non circolare (2f).



Se gli ingranaggi sono usati per una rotazione non continua, allora le condizioni aggiuntive dell'eq. 7 non sono necessarie. Tuttavia, nel caso di centroidi non chiusi, è limitato l'angolo di rotazione delle ruote. Esempi di centroidi non chiusi di 2 ingranaggi non circolari sono mostrati nella Figura 3a, mentre la Figura 3b mostra una configurazione a pignone e cremagliera. Nella maggior parte dei casi, si usano ellissi come profili coniugati chiusi. Si possono comunque usare anche altre funzioni (cerchi, ellissi modificate [12], ellissi generalizzate con n lobi [10] o altre forme).

Aggiungere eccentricità al punto di rotazione

Si può applicare uno spostamento (sia in direzione x che y), cioè un'eccentricità o offset, al centro di rotazione dell'ingranaggio motore. La figura 4 mostra i profili coniugati per diversi offset x e y del punto di rotazione dell'ellisse motrice. Il semi-asse minore dell'ellisse motrice è stato modificato in funzione dello spostamento applicato, per soddisfare le condizioni dell'eq. 7. Tuttavia, le differenze tra i profili coniugati sono ancora minime.

La figura 5 mostra le funzioni del rapporto di trasmissione calcolate dai profili coniugati della figura 4.

Una funzione di trasmissione uniforme si ottiene quando non si applica alcun offset del punto di rotazione all'ingranaggio di guida. Cambiamenti significativi nelle funzioni del rapporto di trasmissione possono essere generati usando offset del punto di rotazione in diverse direzioni.

Dato che esistono infinite di combinazioni di profili coniugati, interasse e offset del centro di rotazione, è possibile ottenere con precisione la funzione di rapporto di trasmissione desiderata

Variazione del rapporto di trasmissione e dell'interasse

Gli ingranaggi non circolari hanno una caratteristica aggiuntiva che può semplificare il design del prodotto. Oltre al rapporto di trasmissione variabile, gli ingranaggi non circolari hanno anche la possibilità di variare l'interasse durante la rotazione (supponendo un ingranamento su entrambi i fianchi). Un esempio di rotazione è mostrato nella Figura 6.

La funzione dell'interasse è mostrata nella Figura 7. La variazione del rapporto di trasmissione e dell'interasse con l'angolo di rotazione dell'ingranaggio motore è mostrata nella figura 7. La funzione dell'interasse può essere una funzione arbitraria; tuttavia nella rotazione continua, i valori iniziale e finale devono essere uguali.

Configurazione con pignone non circolare e cremagliera

È possibile realizzare anche una configurazione di pignone e cremagliera non circolare. Esempi con centroidi chiusi e non chiusi sono mostrati nella Figura 8. Il progetto può prevedere un pignone circolare (offset del punto di rotazione) che si ingrana con una cremagliera non dritta (Figura 8a), un pignone non circolare che si ingrana con una cremagliera non dritta (8b) o un pignone non circolare che si ingrana con una cremagliera dritta

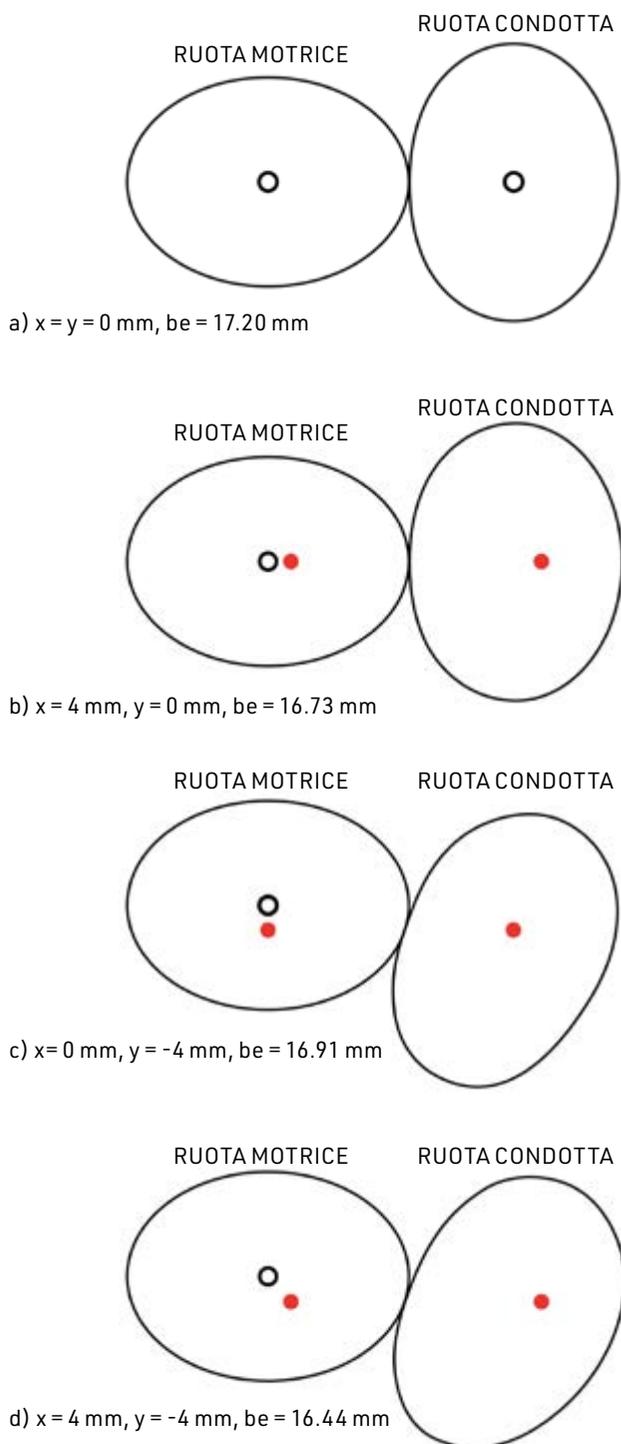


Fig. 4 - Profili coniugati per diversi valori di spostamento del centro di rotazione (il nuovo centro di rotazione è indicato in rosso, mentre in nero è indicato quello originale)

(inclinata) (8c). La Figura 9 mostra la variazione della forza tangenziale e il movimento laterale della cremagliera per gli esempi a e c della Figura 8.

Generazione della forma del dente

La forma del dente dell'ingranaggio non circolare può essere generata da una cremagliera di riferimento, come mostrato nella figura 10. Per generare la forma del dente, la linea di riferimento della cremagliera deve rotolare senza scivolare sul profilo primitivo dell'ingranaggio non circolare.

Tuttavia, solo gli ingranaggi esterni non circolari possono essere prodotti usando una cremagliera di riferimento. Per produrre gli ingranaggi interni non circolari, è necessario utilizzare un coltello stozzatore, come mostrato nella Figura 11. Un coltello stozzatore può essere usato anche per produrre ingranaggi esterni. Maggiori informazioni sulla generazione degli ingranaggi non circolari si possono trovare in letteratura [12, 16].

Calcolo della resistenza degli ingranaggi non circolari

Attualmente, non ci sono standard o linee guida disponibili per il calcolo della resistenza a piede e fianco degli ingranaggi non circolari. Tuttavia, è ancora possibile stimare la resistenza degli ingranaggi non circolari. Si possono usare due approcci diversi: l'analisi agli elementi finiti (FEM) o il calcolo con l'ingranaggio cilindrico sostitutivo [15]. Il FEM può essere molto dispendioso in termini di tempo, poiché devono essere controllate più posizioni di ingranamento. In questo articolo, verrà discusso il calcolo con l'ingranaggio sostitutivo.

Un ingranaggio non circolare in uno stato definito e stazionario può essere rappresentato da un ingranaggio cilindrico sostitutivo temporaneo. Per analizzare completamente l'ingranaggio non circolare, devono essere analizzati diversi singoli denti. Si possono usare vari criteri per selezionare i denti su cui fare i successivi calcoli, come ad esempio il dente con la massima forza tangenziale, il dente con il minore spessore alla radice (più sottosquadro) o il dente che è nominalmente il più caricato.

La figura 12 mostra gli ingranaggi non circolari per la valutazione della resistenza insieme al dente del primo ingranaggio, che è stato selezionato per ulteriori analisi.

La figura 13 mostra due ingranaggi non circolari e i rispettivi diametri di sostituzione. I diametri di sostituzione d_1 e d_2 sono calcolati dalle curvature dei profili coniugati nel punto di contatto. Se i profili coniugati sono funzioni (cioè ellissi), allora i raggi di curvatura possono essere calcolati con una formula esatta. Tuttavia, se i profili coniugati sono approssimati da una serie di punti, si possono prendere 3 (o più) punti intorno al punto di contatto per calcolare il centro e il raggio di curvatura. Una volta calcolati i diametri di sostituzione, l'interasse di sostituzione può essere calcolato come $a_r = d_1 + d_2$. Per costruire gli ingranaggi di sostituzione, devono essere determinati anche il diametro di testa d_a e il diametro di piede d_f (Figura 13).

Il numero di denti degli ingranaggi di sostituzione (z_r) è calcolato usando l'eq. 7a. Il modulo normale dovrebbe essere lo stesso

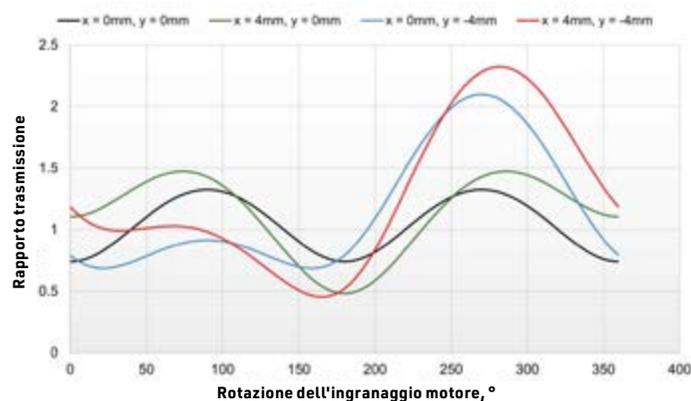


Fig. 5 - Variazioni del rapporto di trasmissione dovute all'eccentricità del punto di rotazione

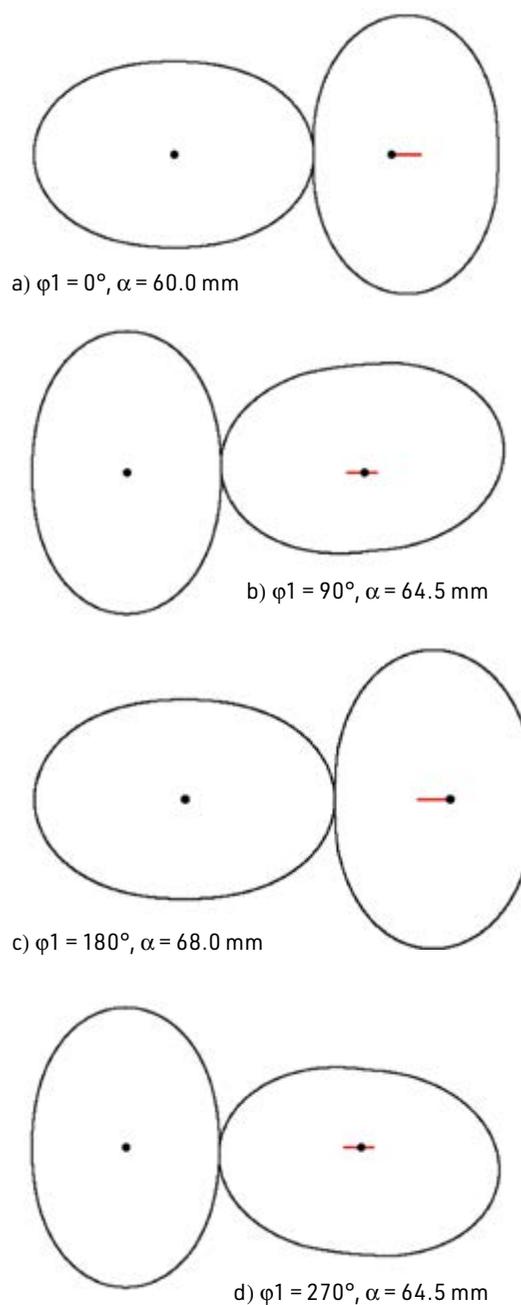


Fig. 6 - Rotazione di NCG con interasse variabile

METODI DI CALCOLO

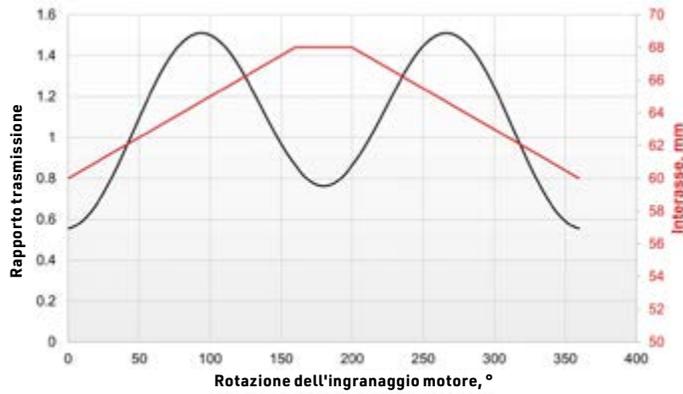


Fig. 7 - Rapporto di trasmissione e interasse

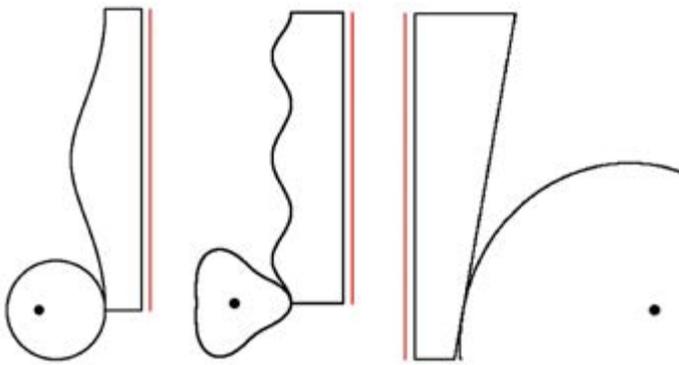
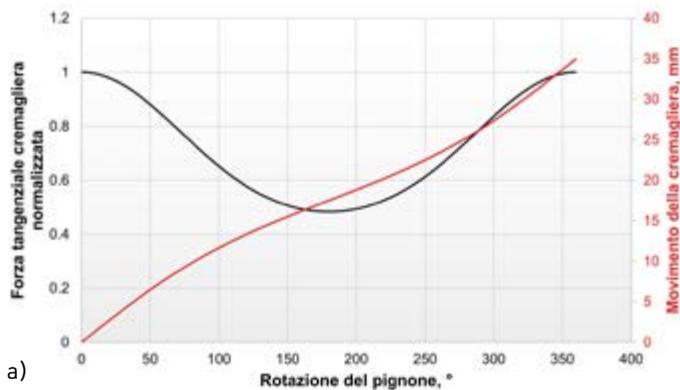
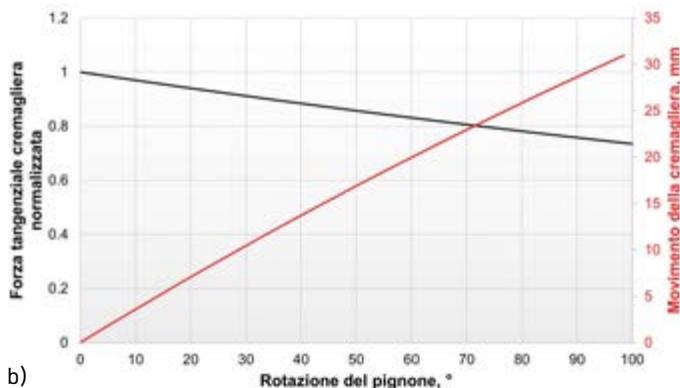


Fig. 8 - a) pignone circolare e cremagliera non diritta,
b) pignone non circolare e cremagliera non diritta
e c) pignone non circolare e cremagliera diritta (inclinata)



a)



b)

Fig. 9 - Forza tangenziale e movimento della cremagliera per a) pignone circolare/cremagliera non diritta
e b) pignone non circolare/cremagliera diritta (inclinata)

usato per gli ingranaggi non circolari. In prima approssimazione, si può usare anche lo stesso angolo di pressione α_n .

$$Z_{R,i} = d_i/m_n \quad (7a)$$

Con tutti i parametri necessari dell'ingranaggio sostitutivo noti, si può usare KISSsoft per costruire e calcolare l'ingranaggio sostitutivo. Per avere un'analisi di resistenza valida, la forma del dente dell'ingranaggio non circolare e di quello sostitutivo deve corrispondere il più possibile, soprattutto nella zona del piede. La figura 14 mostra il confronto della forma del dente calcolata in KISSsoft prima e dopo l'ottimizzazione dei parametri. Una stretta corrispondenza tra il dente non circolare e il dente dell'ingranaggio sostitutivo può essere ottenuta regolando l'angolo di pressione, i parametri del profilo di riferimento e le tolleranze dello spessore del dente. In casi particolari, quando questo metodo non dà buoni risultati, da KISSsoft è possibile esportare la forma del dente non circolare in formato dxf e importarlo nel calcolo dell'ingranaggio sostitutivo.

Una volta determinata la geometria dell'ingranaggio sostitutivo (Figura 14), è possibile effettuare un calcolo dell'ingranaggio come al solito per stimare la durata e i fattori di sicurezza degli ingranaggi non circolari. Tuttavia, la forza tangenziale deve essere ricalcolata (eq. 8) sulla base dei nuovi punti centrali O_1 e O_2 degli ingranaggi sostitutivi (Figura 15).

$$F_{T,R} = F_T/\cos\theta \quad (8)$$

Oltre alla forza, anche la velocità di rotazione dell'ingranaggio sostitutivo deve essere adattata. La velocità di rotazione dell'ingranaggio sostitutivo può essere calcolata usando l'eq. 9 e si basa sull'uguaglianza delle velocità tangenziali, come mostrato nella Figura 16.

$$n_R = r \cdot n \cdot \cos\theta / r_R \quad (9)$$

Conclusioni

- Gli ingranaggi non circolari sono utilizzati in applicazioni in cui si desiderano rapporti di trasmissione variabili. Con l'uso dello stampaggio a iniezione o della sinterizzazione, gli ingranaggi non circolari possono essere prodotti senza un aumento significativo del prezzo e sono quindi molto adatti alla produzione in serie.
- Per progettare ingranaggi non circolari, prima di tutto vanno calcolati i profili coniugati. Secondo la legge dell'ingranamento, i profili coniugati degli ingranaggi devono rotolare senza strisciamento.
- Gli ingranaggi non circolari possono essere utilizzati per trasmettere una coppia in modo continuo (i profili coniugati devono essere dei centroidi chiusi) o possono trasmettere una coppia solo entro un certo angolo di rotazione (i profili coniugati possono essere dei centroidi aperti).
- Con un numero infinito di profili coniugati, combinati con la possibile eccentricità dei centri di rotazione e una possibile variazione dell'interasse, è quasi sempre possibile ottenere la funzione del rapporto di trasmissione desiderato.

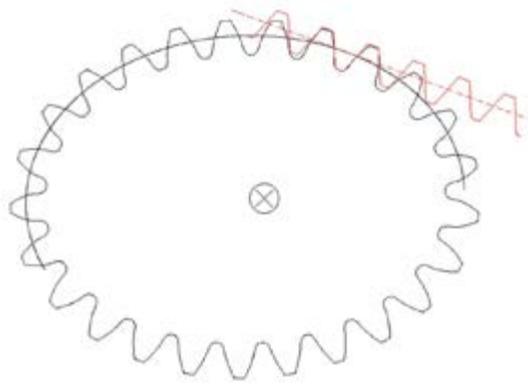


Fig. 10 - Generazione della forma del dente nell'ingranaggio non circolare usando la cremagliera di riferimento

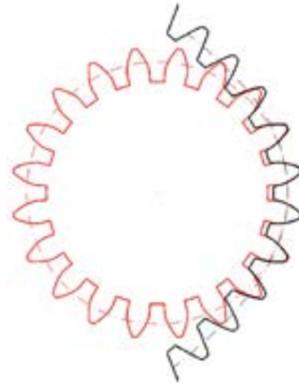


Fig. 11 - Coltello stozzatore (rosso) e ingranaggio interno non circolare generato (nero)

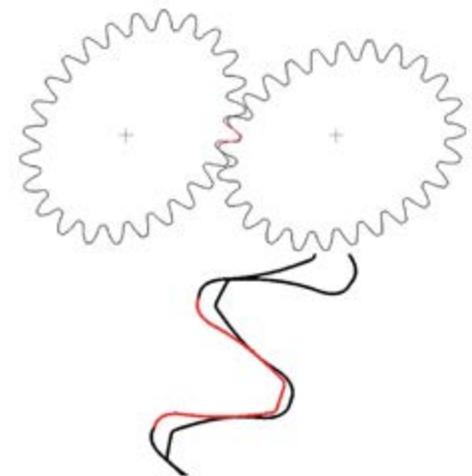


Fig. 12 - Ingranaggio non circolare con il dente selezionato per la valutazione della resistenza

- La forma non circolare può essere applicata a diversi tipi di ingranaggi: ruote cilindriche esterne e interne, pignone e cremagliera, ingranaggi frontali e persino coppie coniche.
- Poiché attualmente non esiste uno standard valido per la valutazione della resistenza degli ingranaggi non circolari, è stato adottato il calcolo dell'ingranaggio sostitutivo. Con questo metodo, un ingranaggio non circolare (in uno stato definito e stazionario) può essere temporaneamente rappresentato da un ingranaggio cilindrico, per il quale è disponibile un calcolo di resistenza standardizzato.

(Traduzione a cura dell'Ing. Massimiliano Turci)

BIBLIOGRAFIA

1. H. Holditch, On rolling curves, Transactions of the Cambridge Philosophical Society London 7, 61-82 (1842).
2. H.T. Brown, Five Hundred and Seven Mechanical Movements, Brown, Coombs & Co., New York (1871).
3. F. Reuleaux, Theoretische Kinematik - Grundzüge einer Theorie des Maschinenwesens, F. Vieweg und Sohn., Braunschweig (1875).
4. C. Temperley, Intermeshing Noncircular Gears, Engineering 165 (1948).
5. U. Olsson, Non-Circular Cylindrical Gears, Acta Polytechnica, Mechanical Engineering Series 2 (10), 125- 163 (1953).
6. D.B. Dooner and A. Seireg, The Kinematic Geometry of Gearing - A Concurrent Engineering Approach, J. Wiley, New York (1995).
7. E. Doege et. Al, Numerical design of a new forging press drive incorporating non-circular gears, Journal of Engineering Manufacture 215 (4), 465-471 (2001).
8. W. C. Smith, The Math of Noncircular Gearing, Gear Technology, July/August 2000.
9. F. Zheng, et al., Linkage model and manufacturing process of shaping non-circular gears, Mechanism and Machine Theory 96 (1), 192-212 (2016).
10. G. F. Bär, Two Synthesis Method for Non-Circular Cylindrical Gears, Journal for Geometry and Graphics 13 (1), 101-112 (2009).
11. Zarebski and T. Salacinski, Designing of Non-Circular Gears, The archive of Mechanical Engineering 55 (3), 275-292 (2008).
12. F. L. Litvin, et al., Noncircular Gears: Design and Generation, Cambridge University Press, New York, 2009.
13. T. Emura and A. Arakawa, A New Steering Mechanism Using Non Circular Gears, JSME International Journal 35 (4), 604-610 (1992).
14. M. Yazar and A. Özdemir, Comparative analysis of the pressure variations and the flow rates of a hydraulic pump made of a pair of elliptical and cylindrical spur gears, Technology 14 (1), 1-10 (2011).
15. J. Li et al., Calculating method of contact stress for non-circular gears, Journal of Chongqing University 14 (1), 19-24 (2015).
16. F. Litvin et al, Generation of planar and helical elliptical gears by application of rack-cutter, hob, and shaper, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 196, 4321-4336 (2007).

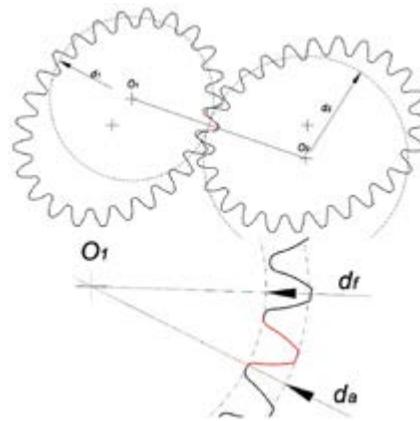


Fig. 13 - Diametri di riferimento, di testa e di piede dell'ingranaggio sostitutivo della ruota motrice

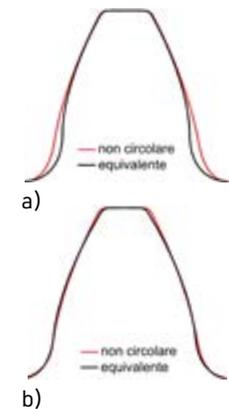


Fig. 14 - Confronto della forma del dente a) prima e b) dopo l'ottimizzazione

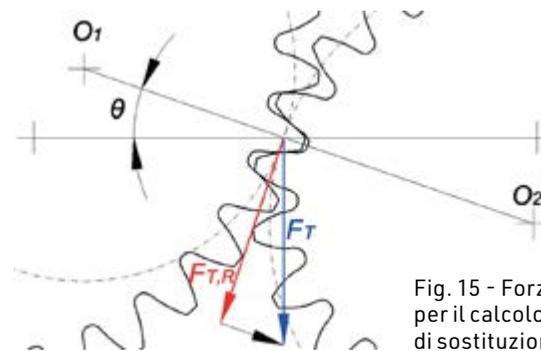


Fig. 15 - Forza tangenziale per il calcolo dell'ingranaggio di sostituzione

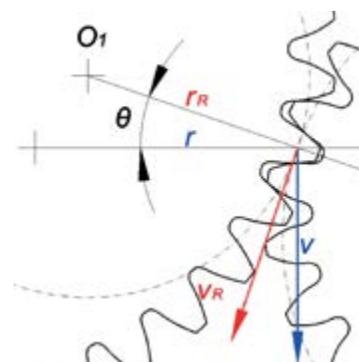


Fig. 16 - Forza tangenziale per il calcolo dell'ingranaggio di sostituzione