

IL PRESENTE STUDIO CONFRONTA L'EFFETTO DELLO SMORZAMENTO INTERNO DEGLI ELEMENTI DI UN SISTEMA DI TRASMISSIONE IN DIVERSE CONDIZIONI DI CARICO E VALUTA L'EFFETTO DELLO SMORZAMENTO SULLE CARATTERISTICHE NVH. PER RAGGIUNGERE QUESTO OBIETTIVO, VIENE CONSIDERATO UN MODELLO TIPICO DI RIDUTTORE A DUE STADI. L'ANALISI DELLA RISPOSTA FORZATA DEL MODELLO È STATA ESEGUITA IN KISSOFT, PER CALCOLARE IL COMPORTAMENTO DINAMICO DEL MODELLO DI RIDUTTORE SOGGETTO A CARICHI DINAMICI PROVENIENTI DA DIVERSE SORGENTI DI ECCITAZIONE

Saeed Ebrahimi, KISSsoft AG

EFFETTO DELLO SMORZAMENTO NELL'ANALISI DINAMICA DI SISTEMI DI TRASMISSIONE PER LA VALUTAZIONE DELLE PRESTAZIONI NVH

La modellazione dinamica dei sistemi di trasmissione è un compito molto richiesto e indispensabile per la progettazione, lo sviluppo e l'ottimizzazione efficienti e affidabili di molte applicazioni ingegneristiche e dei veicoli moderni. Più recentemente, essa fornisce un quadro completo nell'ambito dell'analisi NVH per comprendere, prevedere e attenuare vibrazioni e rumore, garantendo prestazioni ottimali, comfort dei passeggeri e conformità alle

normative. Come fattore determinante, lo smorzamento è ben noto per il suo ruolo nella progettazione delle strutture, nell'ottica di ridurre il rumore, l'instabilità strutturale e la rottura per fatica dei componenti. I meccanismi di smorzamento dissipano energia, riducendo l'ampiezza delle vibrazioni e attenuando il rischio di risonanza. Lo smorzamento interno degli elementi, inclusi cuscinetti e supporti, alberi e ingranaggi, rappresenta diversi livelli di dissipa-

zione dell'energia in specifiche condizioni di esercizio. Incorporare lo smorzamento nell'analisi, in particolare a livello di ingranamenti, alberi e cuscinetti, è essenziale per prevedere con precisione la risposta dinamica. La presenza dello smorzamento in questi componenti è fondamentale per migliorare la stabilità e la durata del riduttore al variare delle condizioni di momento torcente. Lo smorzamento negli ingranamenti deri-

Parametri ingranaggi		Coppia di ingranaggi 1 (R1-R2)		Coppia di ingranaggi 2 (R3-R4)	
		Ruota 1	Ruota 2	Ruota 3	Ruota 4
Numero di denti	$z [-]$	23	53	23	89
Larghezza dente	$b [mm]$	25	23	40	38
Interasse	$a [mm]$	107,99	150,22		
Modulo normale	$m_n [mm]$	2,5	2,6		
Angolo di pressione	$\alpha_n [^\circ]$	20	20		
Angolo d'elica	$\beta [^\circ]$	30	15		
Spostamento del profilo	$x^* [-]$	0,0163	-0,6682	0,4706	-0,6659
Successione eccitazioni	Frequenza di ingranamento	23	9,98		
Profilo ruota	$h_{fp}^* / \rho_{fp}^* / h_{ap}^*$	1,80/0,19/1,35	1,60/0,29/1,60		
Ricoprimenti	$\varepsilon_\alpha / \varepsilon_\beta / \varepsilon_\gamma$	2,048/1,464/3,512	2,104/1,204/3,308		
Fattori di sicurezza	S_F / S_H	2,758/1,92	1,296/1,329	1,556/1,188	1,145/1,2890

TABELLA 1 - DATI DI INGRANAMENTO DEL MODELLO DI RIDUTTORE

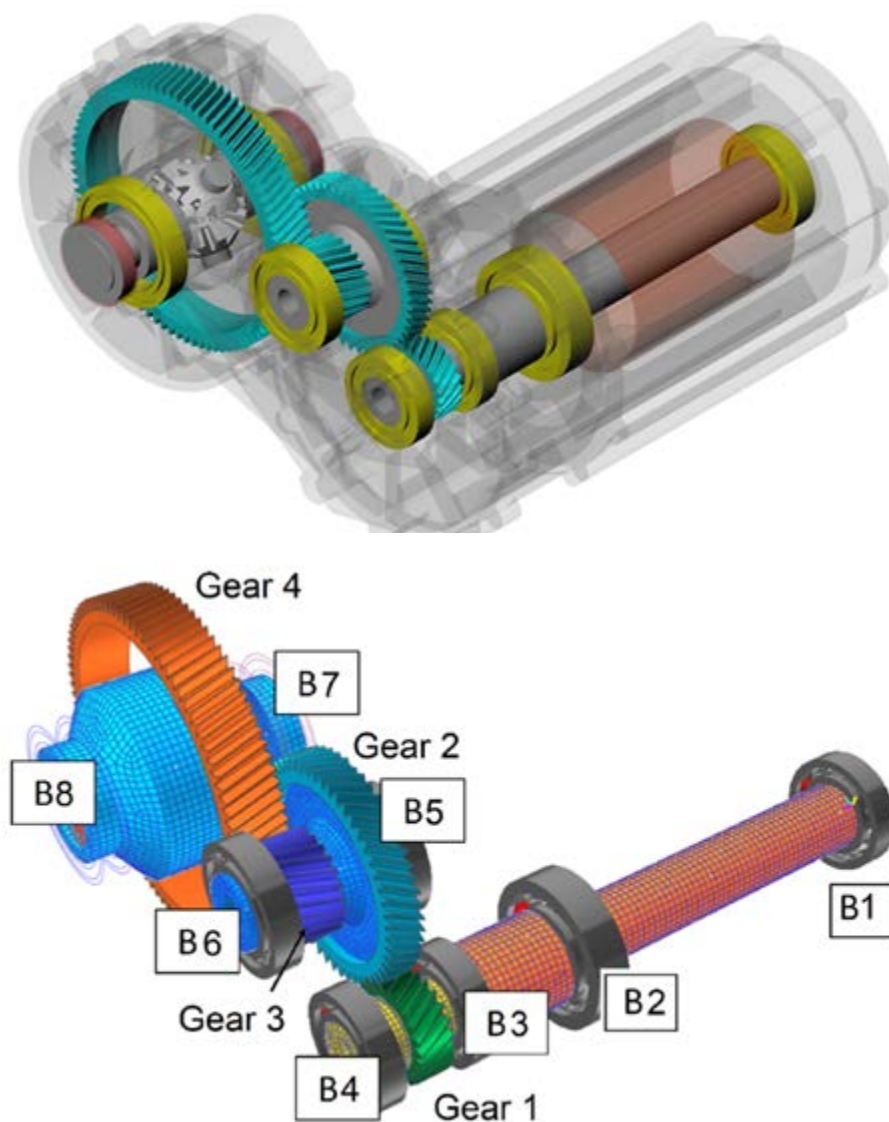


Figura 1. Layout modello riduttore a due stadi

va principalmente da tre sorgenti: isteresi interna dei denti degli ingranaggi, strato di lubrificante (olio in pressione) e contributi strutturali circostanti [1]. Lo smorzamento dell'ingranamento svolge un ruolo cruciale nell'attenuare le risposte dinamiche, soprattutto in prossimità delle condizioni di risonanza. Se da un lato lo smorzamento ha un effetto minore sulle frequenze naturali, esso riduce però significativamente le ampiezze di risonanza e attenua comportamenti non lineari come il gioco sui fianchi e l'eccitazione parametrica. I primi approcci di modellazione utilizzavano rapporti di smorzamento viscoso costanti per individuare la dissipazione di energia

dovuta all'attrito interno e a quello indotto dal lubrificante. È stato tuttavia dimostrato che modelli di smorzamento non lineari e variabili nel tempo forniscono previsioni dinamiche più accurate. Ad esempio, Amabili e Rivola [3] hanno introdotto un modello di riduttore a un solo grado di libertà (single DOF) con smorzamento dell'ingranamento proporzionale alla rigidità variabile nel tempo, mentre altri studi [2, 4] hanno incorporato il gioco sui fianchi e gli effetti di impatto in modelli di smorzamento non lineari. Li e Kahraman [5] hanno sviluppato un modello di smorzamento viscoso derivato dalla teoria della lubrificazione elastoidrodinamica (EHL), collegando il

comportamento dello smorzamento alla tensione tangenziale e alle condizioni di contatto transitorie. I loro risultati indicano che lo smorzamento aumenta con il momento torcente e diminuisce con il numero di giri e la temperatura, a causa delle variazioni dello spessore del film lubrificante. Ulteriori studi [6–8] hanno quantificato lo smorzamento non lineare al variare di momento torcente, numero di giri e regimi di lubrificazione, mostrando rapporti di smorzamento tipicamente compresi tra il 5,3% e l'8%. Youfi et al. [9,10] hanno ulteriormente sviluppato questo approccio formulando lo smorzamento nel dominio tempo-frequenza mediante metodi basati su wavelet, incorporando le variazioni delle condizioni operative e dimostrando che lo smorzamento dipende intrinsecamente da carico, numero di giri e temperatura. Questo studio analizza l'influenza dello smorzamento interno nei componenti del sistema di trasmissione in condizioni di carico variabili, con particolare attenzione al suo impatto sulle caratteristiche NVH. Come base dell'analisi viene utilizzato un modello rappresentativo di riduttore a due stadi. Utilizzando KISSsoft viene eseguita un'analisi della risposta forzata per analizzare il comportamento dinamico del riduttore quando è soggetto a molteplici sorgenti di eccitazione. Questo approccio offre una visione completa della risposta vibrazionale del sistema, individuando le aree suscettibili a livelli elevati di rumore o vibrazione. Il nucleo dello studio mira a isolare ed esaminare singolarmente i contributi di smorzamento di cuscinetti, alberi e ingranamenti, chiarendo così il loro ruolo specifico nell'attenuare le forze di contatto dell'ingranamento e le forze di reazione dei cuscinetti.

Smorzamento negli studi NVH

L'evoluzione delle strategie di smorzamento nella dinamica dei sistemi di trasmissione ha contribuito in modo significativo alla valutazione delle prestazioni NVH (rumore, vibrazione e durezza). Dallo smorzamento strutturale nei componenti dei veicoli elettrici all'attenuazione delle vibrazioni torsionali nei sistemi ibridi, le strategie di smorzamento sono fondamentali per ottimizzare la progettazione dei sistemi di trasmissione. Studi recenti su questo tema si sono concentrati principalmente sullo sviluppo di materiali e tecniche di smorzamento avanzati, personalizzati in

Tipo di modifica [μm]	Coppia di ingranaggi 1 (R1-R2)	Coppia di ingranaggi 2 (R3-R4)
Bombatura fianco C_β	8	6
Spoglia di testa, arcuata (lunga) $C_{\alpha a}$	10 Ruota 1: $d_{ca} = 69,20$ [mm] Ruota 2: $d_{ca} = 151,43$ [mm]	4 Ruota 3: $d_{ca} = 66,39$ [mm] Ruota 4: $d_{ca} = 241,43$ [mm]
Bombatura del profilo C_α	5	8

TABELLA 2 - MODIFICHE ALLA MICROGEOMETRIA

Cuscinetto	D_i [mm]	D_o [mm]	B [mm]	C [kN]	C_o [kN]	P_{a0} [μm]	P_{a0} [μm]
B1 (albero d'entrata)	50	90	20	37,1	23,2	14,5	191,4
B2 (albero d'entrata)	50	110	27	65	38	14,5	234,6
B3, B4 (albero d'entrata)	45	85	19	35,1	21,6	14,5	188,3
B5, B6 (albero intermedio)	50	90	20	37,1	23,2	6	123,3
B7, B8 (albero d'uscita)	80	110	20	77	132	0	0

TABELLA 3 - DIMENSIONI CUSCINETTI DEL MODELLO DI RIDUTTORE

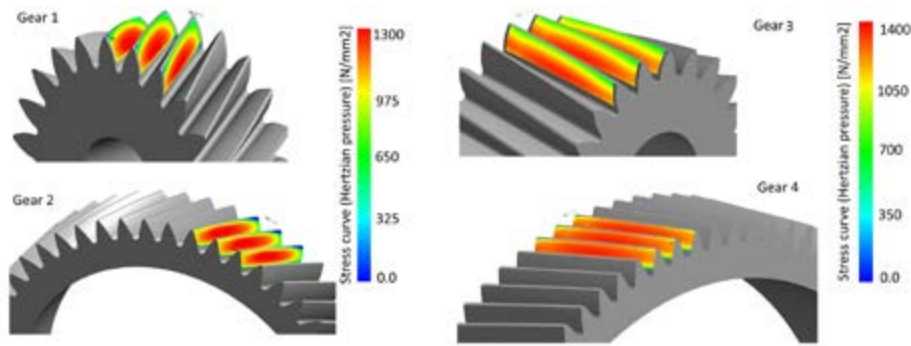


Figura 2. Distribuzione della pressione di contatto sui fianchi dei denti

funzione di configurazioni specifiche dei sistemi di trasmissione, al fine di migliorare ulteriormente le prestazioni NVH. Dagli studi fondamentali alle metodologie avanzate utilizzate nelle simulazioni, la ricerca ha permesso di migliorare costantemente la comprensione e l'applicazione dei meccanismi di smorzamento. Gli studi esaminati sottolineano il ruolo significativo dello smorzamento nel migliorare le prestazioni NVH dei sistemi di trasmissione per veicoli. Le prestazioni NVH sono regolate principalmente dall'interazione tra la dinamica dell'ingranamento e la risposta strutturale del sistema di trasmissione. Lo smorzamento viscoso nell'ingranamento è quindi essenziale nei modelli dinamici, in particolare per applicazioni con ingranaggi in polimero e soluzioni leggere. In assenza di uno smorzamento adeguato, le eccitazioni dinamiche dovute all'ingranamento degli ingranaggi portano a un aumento delle emissioni acustiche, a carichi dinamici più elevati e a un'usura accelerata di

ingranaggi e cuscinetti. Un approccio di modellazione dettagliato è stato presentato in [11], incorporando la dinamica in regime stazionario e previsioni sul rumore irradiato. È stata evidenziata l'influenza delle eccitazioni armoniche, della coppia resistente e della velocità di rotazione su rumore e vibrazione. Bozca [12] ha utilizzato un modello di smorzamento proporzionale della rigidità d'ingranamento per sopprimere il rumore metallico nei sistemi di trasmissione automobilistici attraverso un'ottimizzazione della progettazione basata sull'errore di trasmissione. Analogamente, Martin et al. [13] hanno quantificato l'effetto delle variabili di progettazione, inclusi momento torcente, sbilanciamento, gioco sui fianchi e rigidità torsionale, sul rumore dei riduttori, fornendo un utile strumento diagnostico e di progettazione. Anche lo smorzamento del materiale è stato ampiamente studiato. O'Rourke e Grander [14] hanno analizza-

to il rumore degli ingranaggi, mentre lavori successivi [15] hanno confrontato il comportamento di smorzamento di ingranaggi in nylon 6/6 non rinforzato, rinforzato con fibra di vetro e con fibra di carbonio. Sharma et al. [16] hanno confermato che gli ingranaggi in materiale plastico con rinforzi in fibre di vetro offrono prestazioni NVH superiori in condizioni di carico leggero, rendendoli valide alternative agli ingranaggi metallici nelle applicazioni automobilistiche. Ulteriori studi, come quelli di Inoue et al. [17] e Zhou et al. [18], hanno esplorato modelli vibro-acustici avanzati che integrano lo smorzamento variabile nel tempo con l'accoppiamento strutturale e acustico, mostrando una maggiore accuratezza nella previsione della radiazione del rumore degli ingranaggi. Studi recenti evidenziano inoltre il ruolo dello smorzamento variabile nello spiegare effetti operativi quali lo smorzamento di contatto dipendente dal carico e il comportamento sensibile alla temperatura negli ingranaggi in polimero [19]. Più recentemente, lo studio in [20] ha presentato alcune linee guida per regolare correttamente lo smorzamento dell'ingranamento al fine di ottenere migliori caratteristiche NVH del sistema di trasmissione. Questo obiettivo è stato raggiunto scegliendo come materiale del corpo ruota quello con proprietà di smorzamento maggiori, all'interno delle specifiche richieste per il rapporto momento torcente.

Configurazione del modello

L'assale elettrico analizzato di seguito è un riduttore, a una velocità e due stadi, che

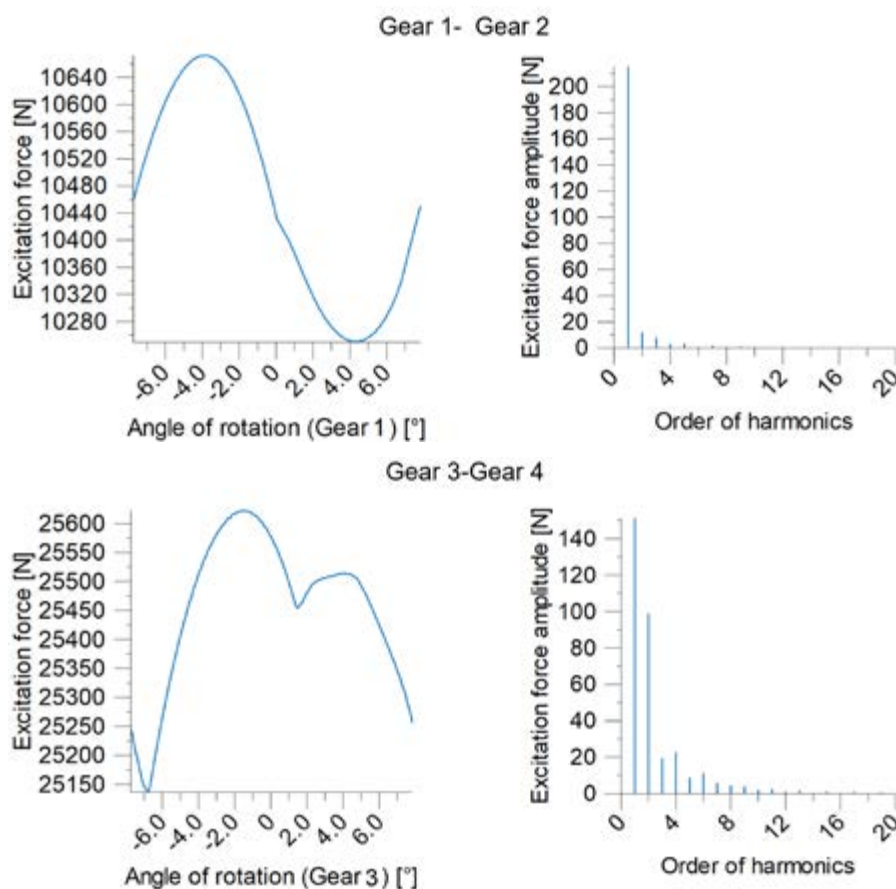


Figura 3. Forza di eccitazione

aziona le ruote anteriori di un veicolo elettrico, come mostrato nella figura 1. L'analisi viene condotta per un momento torcente nominale in entrata di 320 [Nm] applicato all'albero d'entrata, considerato qui come condizione limite di riferimento, con un numero di giri nominale di 2742 [1/min]. La tabella 1 riporta i dati di ingranamento del riduttore. Le modifiche alla microgeometria (tabella 2) sono progettate per ottimizzare il profilo del dente al fine di ridurre le eccitazioni: la modifica dell'angolo d'elica e la bombatura vengono adottati per ridurre il fattore di carico sulla larghezza $KH\beta$ in diverse condizioni di carico, mentre la spoglia di testa e la bombatura del profilo vengono utilizzati per eliminare gli urti da contatto e ridurre l'errore di trasmissione picco-picco. Per brevità, nel testo verrà d'ora in avanti utilizzata la numerazione riportata nella figura relativa a cuscinetti e ingranaggi.

Inoltre, la tabella 3 riporta le specifiche dei cuscinetti per l'assale elettrico. In questa tabella si definiscono i seguenti parame-

tri: D_i : diametro interno, D_o : diametro esterno, B : larghezza, C : fattore di carico dinamico, C_o : fattore di carico statico, P_{dO} : gioco diametro nominale e P_{aO} : gioco assiale nominale.

Analisi di contatto

Nel presente studio, l'ingranamento degli ingranaggi è considerato l'unica sorgente di eccitazione. In KISSsoft, l'analisi di contatto si basa sull'approccio Weber/Banaschek che utilizza formulazioni analitiche per una valutazione quasi statica trascurando gli effetti dinamici [21]. Lo spostamento dell'albero viene preso in considerazione per adottare condizioni più realistiche nel calcolo delle forze di eccitazione. Come risultato dell'analisi di contatto, la figura 2 mostra la distribuzione della tensione sui fianchi dei denti per il momento torcente nominale in entrata $T = 320$ [Nm]. La figura 3 illustra la forza di eccitazione e il relativo spettro di ampiezza di entrambe le coppie. Si può osservare chiaramente che, per entrambe le coppie,

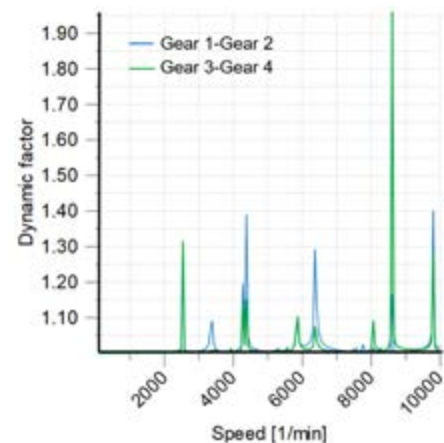


Figura 4. Fattore dinamico delle coppie di ingranaggi nel caso non smorzato

i primi due ordini della forza di eccitazione sono dominanti. Pertanto, senza una perdita significativa di accuratezza, nel calcolo delle forze di eccitazione nell'ambito dell'analisi della risposta forzata vengono considerate solo queste armoniche.

Analisi modale

Nella teoria delle vibrazioni è appurato che i meccanismi di smorzamento nei sistemi meccanici sono particolarmente efficaci nell'attenuare le vibrazioni di risonanza quando la frequenza operativa coincide con la frequenza naturale del sistema. È quindi fondamentale identificare i numeri di giri di esercizio che corrispondono alle frequenze naturali del sistema, in particolare quelle alle quali le eccitazioni dovute all'ingranamento determinano carichi dinamici significativi, portando potenzialmente a fenomeni di risonanza. Alla luce di tutto ciò, è necessario eseguire un'analisi modale per trovare le frequenze proprie del sistema e i corrispondenti numeri di giri dell'albero d'entrata che eccitano il sistema a tali frequenze. La tabella 4 riporta i risultati di questa analisi in KISSsoft. Sono stati calcolati i valori del numero di giri dell'albero d'entrata che determinano una frequenza di ingranamento della prima coppia di ingranaggi uguale alle frequenze proprie.

Analisi della risposta forzata

Nell'analisi della risposta forzata del modulo di sistema viene calcolata la risposta dinamica del sistema di trasmissione soggetto ai carichi dinamici provenienti da diverse sorgenti di eccitazione. Attraverso questo modulo è possibile eseguire la ca-

	Frequenza [Hz]	Numero di giri [1/min]	Descrizione
1	400,9	1045,82	Assiale: albero intermedio
2	721,3	1882,34	Assiale: albero intermedio
3	934,6	2438,04	Assiale: albero intermedio
4	1152,5	3006	Flessione YZ: albero d'uscita
5	1158,7	3022,78	Flessione YZ: albero d'uscita
6	1357,7	3541,7	Flessione YZ: albero d'uscita
7	1712,5	4467,26	Flessione XY: albero intermedio
8	1793,1	4677,70	Flessione XY: albero d'entrata
9	1862,1	4857,64	Flessione YZ: albero d'uscita
10	2013,9	5253,6	Flessione YZ: albero d'uscita
11	2151,7	5613,16	Flessione YZ: albero d'uscita
12	2454,3	6402,6	Flessione XY: albero d'uscita
13	2468,2	6438,8	Flessione XY: albero d'uscita
14	2870,7	7488,8	Flessione YZ: albero d'uscita
15	2892,5	7545,6	Flessione XY, YZ: albero d'uscita
16	3133,7	8174,86	Torsione: albero d'entrata
17	3275,0	8543,43	Flessione XY: albero intermedio
18	3697,8	9646,3	Flessione XY, YZ: albero d'entrata
19	4103,2	10704,11	Flessione YZ: albero d'entrata

TABELLA 4 - FREQUENZE PROPRIE DEL MODELLO

Caso smorzamento	[Ns/m]			[Nms/rad]		
	D _{ux}	D _{uy}	D _{uz}	D _{rx}	D _{ry}	D _{rz}
D1	0,1	0,1	0,1	0,01	0,01	0,01
D2	1	1	1	0,1	0,1	0,1
D3	5	5	5	0,5	0,5	0,5
D4	10	10	10	1	1	1

TABELLA 5 - SPECIFICHE SMORZAMENTO CUSCINETTI

ratterizzazione delle vibrazioni del sistema sotto eccitazioni periodiche. Nella presente indagine, le forze di eccitazione armoniche dei due ingranamenti vengono calcolate a partire dall'errore di trasmissione statico moltiplicato per la rigidità d'ingranamento tangenziale. Vengono rappresentate nel dominio della frequenza e applicate al sistema. Risolvendo il sistema lineare delle equazioni dinamiche governanti per diverse frequenze di eccitazione, vengono calcolate le forze di contatto dinamiche nelle coppie di ingranaggi dell'ingranamento e le forze di reazioni dei cuscinetti. Dato che l'approccio si basa su formulazioni analitiche per l'analisi delle vibrazioni di sistemi

continui, il processo di calcolo è molto rapido. Ciò consente a ingegneri e progettisti di valutare rapidamente le proprietà degli ingranaggi in relazione alle eccitazioni dinamiche del sistema.

Modello di smorzamento

Nel modulo della risposta forzata possono essere considerate tre diverse sorgenti di smorzamento: smorzamento strutturale degli alberi, smorzamento dell'ingranamento e smorzamento viscoso dei cuscinetti e dei supporti definiti nel modulo di calcolo dell'albero. Lo smorzamento del materiale degli alberi in direzione torsionale, assiale (trazione/compressione) e

flessionale viene indicato con fattori di dissipazione. Il valore standard è 1x10-5 [s]. Questo tipo di smorzamento si basa sul modello di Kelvin-Voigt e si adatta bene all'analisi delle vibrazioni strutturali di sistemi continui [21]:

σ = E(ε + kwε̇) (1)

dove kw è il coefficiente di smorzamento, mentre σ e ε indicano rispettivamente tensione e allungamento, ed E è il modulo elastico. In questo approccio, lo smorzamento viene introdotto nelle equazioni di moto attraverso grandezze a valori complessi, assumendo che le vibrazioni siano armoniche. Questo modello di smorzamento può quindi essere utilizzato nell'analisi del dominio della frequenza.

Lo smorzamento dell'ingranamento è noto essere un fattore determinante importante nella risposta dinamica del sistema in specifiche condizioni di esercizio. Con lo smorzamento viscoso si modella l'effetto dello strato di lubrificante, nonché lo smorzamento interno dei denti degli ingranaggi nella dissipazione dell'energia cinetica in calore da attrito e nella limitazione delle ampiezze di moto. D'altra parte, senza smorzamento, le vibrazioni indesiderate indotte generano rumore, aumentano i carichi dinamici e possono danneggiare ingranaggi e cuscinetti. Lo smorzamento dell'ingranamento può essere definito come "costante", "proporzionale alla rigidità d'ingranamento media" o "proporzionale alla rigidità d'ingranamento non lineare". Valori tipici del coefficiente di smorzamento sono compresi tra 102 e 104 [Ns/m]. Nel modello di smorzamento proporzionale, il coefficiente di smorzamento C è calcolato in base alla formula:

C = 2ξk √(JpJg / ((1/Jp r_p^2) + (1/Jg r_g^2))) (2)

dove ξ è il rapporto di smorzamento, k è la rigidità d'ingranamento, Jp e Jg sono i momenti d'inerzia di massa di pignone e ingranaggio, ed rp e rg sono i raggi del cerchio base di rispettivamente pignone e ingranaggio.

Il modello di smorzamento dei cuscinetti in KISSsoft si basa sull'inclusione di uno smorzamento viscoso separato nelle direzioni traslazionali e rotazionali. In questo studio sono stati utilizzati gli stessi coefficienti di smorzamento per tutti i cusci-

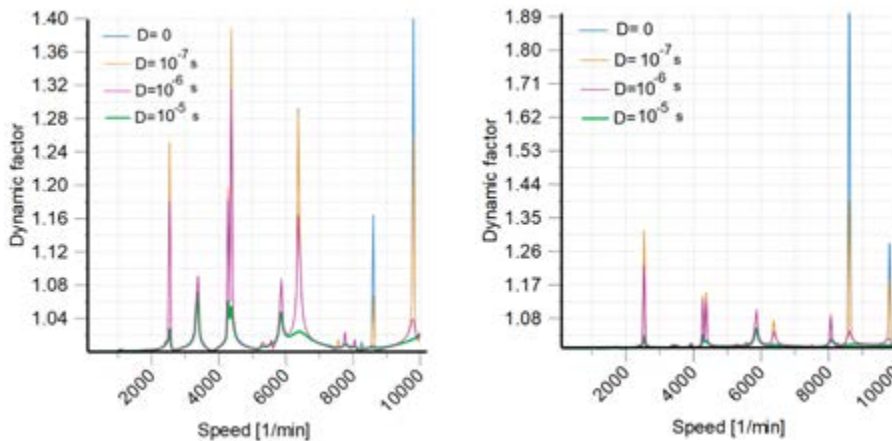


Figura 5. Fattore dinamico di R1-R2 (sinistra) e R3-R4 (destra) per diversi valori di smorzamento dell'albero

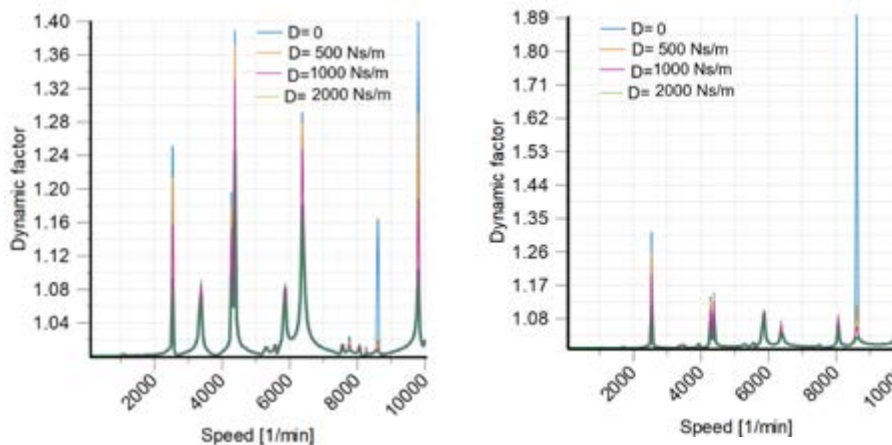


Figura 6. Fattore dinamico di R1-R2 (sinistra) e R3-R4 (destra) per diversi valori di smorzamento dell'ingranamento

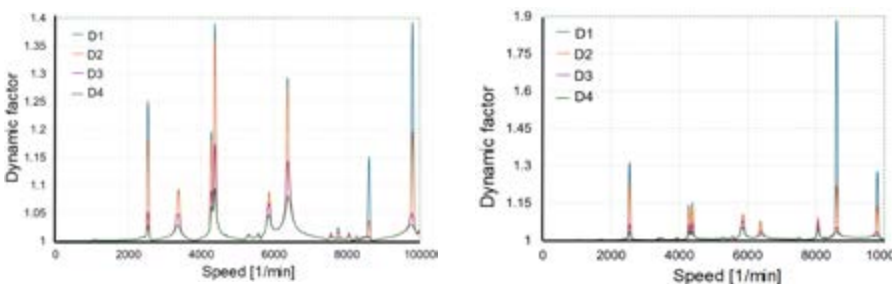


Figura 7. Fattore dinamico di R1-R2 (sinistra) e R3-R4 (destra) per diversi valori di smorzamento dei cuscinetti

netti. Valori tipici sono per le direzioni traslazionali $C_{ux} = C_{uy} = C_{uz} = 10$ [Ns/m] e per le direzioni rotazionali $C_{rx} = C_{ry} = C_{rz} = 1$ [Nms/rad]. Un livello di smorzamento maggiore attenuerà in modo considerevole le vibrazioni e porterà a una risposta del sistema non realistica. Pertanto, la scelta dei coefficienti di smorzamento deve essere effettuata con attenzione.

Fattore dinamico

Nella prima fase dell'analisi della risposta forzata viene studiata la risposta non smorzata del modello di riduttore alle prime armoniche delle eccitazioni dovute agli ingranamenti con momento torcente nominale in entrata pari a 320 [Nm]. Scopo di questa indagine è verificare come le forme proprie del sistema influenzano le forze d'ingrana-

mento dinamiche. A tale scopo, si considera un intervallo di numero di giri dell'albero d'entrata da 100 a 10000 [1/min], con 200 numeri di giri distribuiti in modo uniforme. Dopo il calcolo della risposta forzata, la variazione del fattore dinamico risultante da questa analisi è mostrata nella figura 4.

Per diversi numeri di giri sono evidenti i valori di picco del fattore dinamico. Questi punti sono associati alle frequenze di eccitazione prossime a una delle frequenze proprie regolate dalle coppie di ingranaggi, vedere la tabella 4. Ad esempio, ciò è particolarmente evidente con $S = 8543,43$ [1/min], che corrisponde alla forma propria n. 17. È importante notare che le due coppie di ingranaggi presentano frequenze di eccitazione dovute all'ingranamento differenti. Inoltre, il livello di influenza delle frequenze proprie e delle corrispondenti forme proprie sul movimento relativo dei punti di contatto dell'ingranamento delle due coppie di ingranaggi può essere significativamente diverso. Pertanto, è necessario prestare particolare attenzione per individuare la relazione tra le frequenze proprie e i numeri di giri dell'albero d'entrata in corrispondenza dei quali si osserva un valore di picco del fattore dinamico. È importante notare che la figura 4 illustra una variazione qualitativa del fattore dinamico, piuttosto che fornire una rappresentazione quantitativa. Ciò implica che la scelta di parametri di ingresso diversi può portare a una variazione dei valori di picco del fattore dinamico. Tuttavia questo è del tutto ragionevole, dato che i numeri di giri ai quali si verificano tali picchi rimangono simili. Questa uniformità deriva dal fatto che la risposta del sistema e, di conseguenza, la massima forza di contatto dinamica, sono influenzate in modo significativo dalle frequenze di eccitazione.

Effetto dello smorzamento

In questa sezione l'effetto dello smorzamento su alberi, ingranamenti e cuscinetti viene analizzato separatamente, al fine di fornire un quadro più chiaro sull'effetto individuale nella riduzione delle forze di contatto dell'ingranamento e delle forze di reazione dei cuscinetti. L'indagine viene condotta con un momento in entrata di 320 [Nm], considerando un ampio intervallo di numeri di giri d'esercizio e valori di smorzamento. L'analisi considera successivamente il caso in cui si combina l'effetto dello smorzamento in tutti gli elementi.

Smorzamento	Coppia di ingranaggi	Non smorzato	Smorzato	Riduzione assoluta	Riduzione
Albero $D=10^{-5}$ [s]	R1-R2	1,40	1,08	0,32	22,86%
	R3-R4	1,89	1,05	0,84	44,44%
Ingranamento $D=1000$ [Ns/m]	R1-R2	1,40	1,33	0,07	5,0%
	R3-R4	1,89	1,20	0,69	36,50%
Cuscinetto caso D3	R1-R2	1,40	1,17	0,23	16,40%
	R3-R4	1,89	1,08	0,81	42,90%
Combinato	R1-R2	1,40	1,045	0,355	25,36%
	R3-R4	1,89	1,035	0,855	45,24%

TABELLA 6 - VALUTAZIONE QUANTITATIVA DELL'EFFETTO DELLO SMORZAMENTO SUL FATTORE DINAMICO A PARTIRE DA SORGENTI DIVERSE

Smorzamento	Effetto tipico	Massima efficacia a
Albero	Lieve → moderata riduzione solo per il valore D più alto; altrimenti effetto contenuto	Evidente a frequenze di eccitazione alte; debole alle frequenze proprie di ingranamento
Ingranamento	Forte ma localizzato: forte riduzione quando eccitazione ≈ forma propria dell'ingranamento; altrimenti effetto scarso	Molto efficace alle frequenze proprie legate alla rigidità d'ingranamento
Cuscinetto	Ampia e uniforme riduzione dei picchi dinamici su un vasto intervallo di numero di giri	Riduce le forze cuscinetto trasmesse e l'eccitazione della scatola; miglior beneficio a singola sede
Combinato	Migliore riduzione generale, ma interazioni non lineari — possibili spostamenti dei picchi	Migliore in generale per il comportamento NVH una volta ottimizzata la combinazione; attenzione agli spostamenti di frequenza e alle nuove interazioni

TABELLA 7 - EFFETTO TIPICO DELLO SMORZAMENTO SUL FATTORE DINAMICO A PARTIRE DA SORGENTI DIVERSE

Smorzamento sugli alberi

Nella prima fase viene verificato il fattore dinamico delle coppie di ingranaggi per diversi valori di smorzamento dell'albero. La figura 5 mostra l'effetto dello smorzamento torsionale, assiale e flessionale sulla riduzione della massima forza di contatto dinamica. L'effetto dello smorzamento è più evidente a frequenze di eccitazione maggiori con $D=10^{-5}$ [s].

Smorzamento sugli ingranamenti

Nella fase successiva, viene esaminato il fattore dinamico delle coppie di ingranaggi per diversi valori dello smorzamento dell'ingranamento. Secondo la figura 6, l'influenza dello smorzamento dell'ingranamento diventa particolarmente evidente quando la frequenza di eccitazione coincide con una delle frequenze proprie del sistema legate alla rigidità d'ingranamento, piuttosto che alle deformazioni degli alberi. Ciò si osserva nuovamente con

$S = 8543,43$ [1/min], che corrisponde alla forma propria n. 17, vedere la tabella 4.

Smorzamento sui cuscinetti

In questa sezione viene analizzato l'effetto dello smorzamento sui cuscinetti. A tale scopo vengono considerati quattro diversi casi, da D1 a D4, con le rispettive sei componenti dei valori di smorzamento, come riportato nella tabella 5.

La figura 7 mostra i risultati di questo confronto. A differenza del caso dello smorzamento dell'ingranamento, qui l'effetto dello smorzamento sulla riduzione dei picchi del fattore dinamico è evidente.

Smorzamento sui diversi livelli del momento in entrata

Le variazioni di rigidità dei cuscinetti e d'ingranamento indotte dal momento torcente influenzano in modo significativo le forme di vibrazione e le frequenze modali del sistema. Ad esempio, all'aumentare del

momento torcente, le forze di reazione dei cuscinetti si intensificano, causando maggiori deformazioni dei cuscinetti. Ciò comporta una riduzione relativa dello spostamento dei cuscinetti, che può influenzare la risposta dinamica del riduttore. Inoltre, la rigidità d'ingranamento svolge un ruolo fondamentale nel determinare le forme modali e le frequenze naturali del sistema. Studi hanno dimostrato che variazioni nella rigidità d'ingranamento possono portare a cambiamenti improvvisi nelle frequenze di accoppiamento e nelle forme modali, influenzando quindi il comportamento dinamico del sistema.

La sezione 7 analizza l'impatto dello smorzamento su alberi, cuscinetti e ingranamenti per quanto riguarda la riduzione delle massime forze d'ingranamento dinamiche, inizialmente valutate a un momento torcente nominale in entrata di 320 [Nm]. Questa sezione estende l'analisi variando il momento in entrata da 40 a 320 [Nm] con incrementi di 40 [Nm]. Questo approccio incrementale fornisce un quadro più approfondito su come i livelli di momento torcente influenzano lo smorzamento delle vibrazioni indesiderate. Un'osservazione fondamentale è data dal fatto che le frequenze proprie del modello di riduttore dipendono dal momento torcente e sono influenzate dal rapporto momento torcente delle coppie di ingranaggi. Le variazioni nel momento in entrata modificano i valori di rigidità dei cuscinetti, che a loro volta influenzano le caratteristiche modali del riduttore. Di conseguenza, i picchi del fattore dinamico si verificano a frequenze di eccitazione diverse rispetto a quelle osservate nella figura 4. Pertanto, in questa sezione vengono considerati gli stessi incrementi dei valori di smorzamento di alberi, ingranamenti e cuscinetti descritti nella sezione 7. Si considera un intervallo di numero di giri dell'albero d'entrata da 100 a 10000 [1/min], con 200 numeri di giri distribuiti in modo uniforme. Per valutare l'effetto della variazione del momento in entrata, viene introdotto un fattore di smorzamento. Per calcolare tale misura, viene calcolato il fattore dinamico dopo l'applicazione dello smorzamento e il valore ottenuto viene sottratto al fattore dinamico associato per il caso non smorzato. Pertanto, questo fattore di smorzamento non è altro che la differenza tra il fattore dinamico del sistema non smorzato e quello del sistema smorzato. I risultati sono riportati nelle figure 8-10.

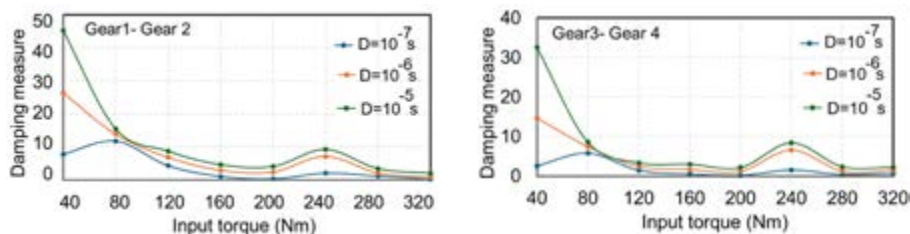


Figura 8. Fattore di smorzamento per diversi valori di smorzamento dell'albero rispetto al momento in entrata

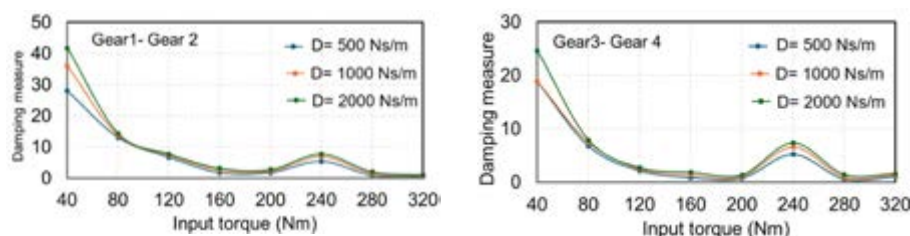


Figura 9. Fattore di smorzamento per diversi valori dello smorzamento dell'ingranamento rispetto al momento in entrata

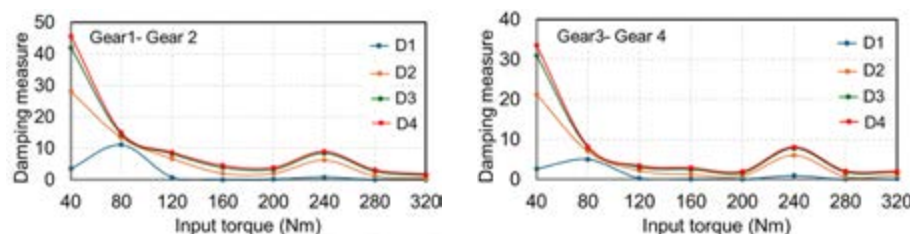


Figura 10. Fattore di smorzamento per diversi valori di smorzamento del cuscinetto rispetto al momento in entrata

Secondo la figura 8, con momento in entrata basso pari a 40 [Nm], tutti e tre i livelli di smorzamento mostrano un fattore di smorzamento elevato, con il valore massimo osservato con $D=10^{-5}$ [s], che indica una significativa riduzione delle forze dinamiche. All'aumentare del momento in entrata, il fattore di smorzamento diminuisce rapidamente, stabilizzandosi su valori più bassi, sopra i 120 [Nm] circa. Ciò suggerisce che con momenti torcenti maggiori, le variazioni nel comportamento dinamico del riduttore, probabilmente dovute all'aumento della rigidità dei cuscinetti e alla modifica delle proprietà modali, riducono l'efficacia complessiva dello smorzamento. Una leggera ripresa dell'efficacia dello smorzamento si osserva tra i 200 [Nm] e i 280 [Nm], dove il fattore di smorzamento cresce temporaneamente per poi tornare a diminuire a 320 [Nm]. Questo riflette lo spostamento delle frequenze proprie

dipendente dal momento torcente, che in condizioni d'esercizio specifiche porta il sistema a rientrare in zone soggette a risonanza. La figura 9 illustra il fattore di smorzamento per entrambe le coppie di ingranaggi al variare dei momenti in entrata, considerando tre livelli di smorzamento dell'ingranamento: 500, 1000 e 2000 [Ns/m]. Come nei risultati precedenti, il fattore di smorzamento quantifica la riduzione della risposta dinamica dovuta alla dissipazione di energia. Con momento in entrata basso pari a 40 [Nm], un maggiore smorzamento dell'ingranamento porta a riduzioni significativamente maggiori del fattore dinamico, con benefici decrescenti all'aumentare del momento torcente. Sopra i 120 [Nm], l'efficacia dello smorzamento raggiunge un plateau, con tutti e tre i livelli di smorzamento che convergono verso valori bassi simili. Un aumento moderato del fattore di smorzamento si osserva

nel range 200-280 [Nm], evidenziando ancora una volta la sensibilità alla risonanza dovuta agli spostamenti modali dipendenti dal momento torcente. Infine, la fig. 10 mostra come la variazione dei livelli di smorzamento dei cuscinetti (D1–D4) influisca sul fattore di smorzamento al crescere del momento in entrata. Valori di smorzamento superiori (D2–D4) determinano una riduzione significativamente maggiore delle forze dinamiche con momento torcente basso (40–80 [Nm]), mentre la loro influenza diminuisce e tende a convergere ai livelli di momento torcente più alti. Il caso con lo smorzamento più basso in assoluto (D1) rimane similmente meno efficace con tutti i momenti torcenti.

Effetto combinato dello smorzamento

La ricerca dimostra che lo smorzamento di albero, ingranamento e cuscinetto interagisce in modo non lineare: un livello di smorzamento vantaggioso in un componente può amplificare l'errore dinamico di trasmissione o spostare i numeri di giri critici nel momento in cui sono attive le altre due sorgenti. In un ulteriore studio, le tre sorgenti di smorzamento vengono considerate come fattori indipendenti per analizzare la loro interazione lungo l'intero intervallo di numero di giri d'esercizio in entrata di 100–10000 [1/min] per il momento torcente nominale in entrata di 320 [Nm]. Inizialmente il sistema viene valutato in condizioni non smorzate, per individuare i numeri di giri critici ai quali le eccitazioni dell'ingranamento inducono carichi dinamici significativi sui cuscinetti.

Questo passaggio è fondamentale per individuare i numeri di giri d'esercizio che possono portare a un aumento delle emissioni acustiche della scatola del riduttore a causa di fenomeni di risonanza. Successivamente, lo smorzamento viene introdotto nel modello con i seguenti parametri: coefficiente di smorzamento dell'albero pari a 10^{-5} [s], coefficiente di smorzamento dell'ingranamento pari a 1000 [Ns/m] e smorzamento del cuscinetto come specificato nel caso D3 (fare riferimento alla tabella 5). Il fattore dinamico di entrambe le coppie di ingranaggi è illustrato nella figura 11. La differenza tra i fattori dinamici nei casi non smorzati (figura 4) e i casi smorzati (figura 11) evidenzia l'effetto dello smorzamento con i coefficienti selezionati nella riduzione delle vibrazioni indesiderate ai numeri di giri corrispondenti a una delle

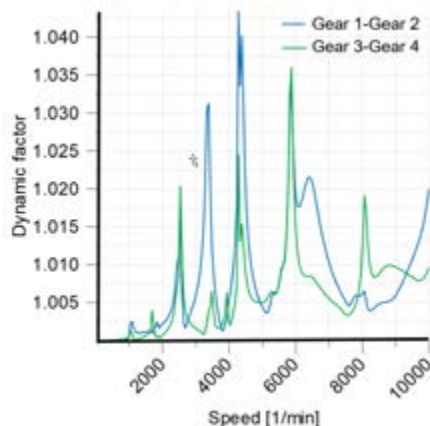


Figura 11. Fattore dinamico delle coppie di ingranaggi nel caso smorzato

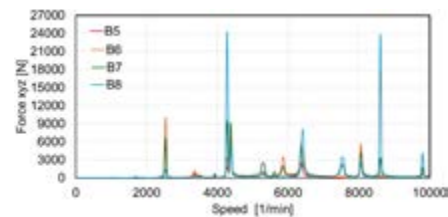
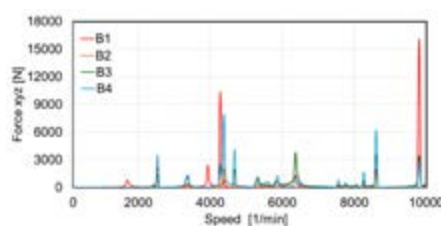


Figura 12. Forza di reazione picco-picco dei cuscinetti del sistema non smorzato

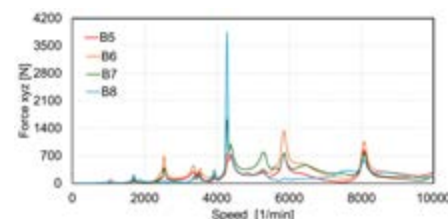
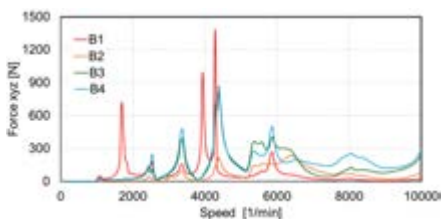


Figura 13. Forza di reazione picco-picco dei cuscinetti del sistema smorzato

frequenze proprie. Le ampiezze picco-picco delle forze di reazione dei cuscinetti sono illustrate rispettivamente nelle figure 12 e 13. Dall'analisi comparativa emerge come, incorporando lo smorzamento, si attenuano significativamente le ampiezze picco-picco indicando una sostanziale riduzione dei carichi dinamici. Tuttavia, nella configurazione smorzata si osserva un picco pronunciato nelle forze di reazione dei cuscinetti a circa 4280 [1/min], identificando questo numero di giri come punto critico di risonanza. Per valutare ulteriormente l'impatto di questo numero di giri critico sulle caratteristiche NVH, i dati corrispondenti delle forze di reazione dei cuscinetti a 4280 [1/min] vengono esportati in RecurDyn. Questi dati fungono da input per le successive simulazioni NVH finalizzate alla valutazione e all'attenuazione delle possibili emissioni acustiche provenienti dalla scatola del riduttore.

Per valutare quantitativamente l'influenza delle diverse sorgenti di smorzamento sulla vibrazione del riduttore, i valori massimi del fattore dinamico sono stati estrapolati dai risultati di simulazione sia per il caso non smorzato sia per ciascuna configurazione di smorzamento (albero, ingranamento, cuscinetti e smorzamento combinato). La tabella 6 fornisce una sintesi compatta di questi valori di picco per entrambe le coppie di ingranaggi, insieme alle corrispondenti riduzioni assolute e percentuali

rispetto al riferimento non smorzato. Questo confronto evidenzia l'efficacia relativa di ciascun meccanismo di smorzamento nella riduzione dei carichi dinamici.

Sulla base della tabella 6 si può concludere che:

- La coppia R3-R4 è quella che beneficia maggiormente dello smorzamento: tutte e tre le strategie di smorzamento a sorgente singola producono riduzioni elevate (~36–44%), e lo smorzamento combinato fornisce la riduzione più elevata (~45%). Ciò indica che i picchi problematici di R3-R4 sono fortemente smorzabili (probabilmente risonanze dell'ingranamento ed energia trasmessa tramite i cuscinetti).
- La coppia R1-R2 mostra riduzioni moderate:
 - Lo smorzamento dell'albero (22,9%) e quello del cuscinetto (16,4%) hanno prestazioni simili e significative.
 - Lo smorzamento dell'ingranamento ha un effetto minore su R1-R2 (5,0%), il che implica che tali picchi sono meno legati a risonanze dovute alla rigidità d'ingranamento e più alla dinamica albero/cuscinetti.
 - Lo smorzamento combinato fornisce il miglior risultato complessivo per R1-R2 (25,4%), ma il guadagno aggiuntivo rispetto alla migliore sorgente singola (albero: 22,9%) è modesto (~2,5 punti percentuali).

- Questi numeri indicano che lo smorzamento del cuscinetto garantisce una riduzione ampia e uniforme lungo l'intero intervallo di numero di giri, rendendolo la strategia di smorzamento a singola sede più efficace.

- Lo smorzamento combinato produce nel complesso le riduzioni maggiori, ma l'interazione non è fortemente sinergica. Questo significa che il modello combinato fornisce una riduzione extra modesta rispetto alla migliore singola sorgente di smorzamento (soprattutto per R1-R2).

Oltre al confronto quantitativo dei fattori dinamici di picco, è importante evidenziare anche le differenze qualitative nel modo in cui ciascuna sorgente di smorzamento influenza la dinamica del sistema. Sebbene tutti i meccanismi contribuiscano all'attenuazione delle vibrazioni, i loro effetti differiscono in termini di entità, dipendenza dalla frequenza e coerenza.

La tabella 7 riassume le caratteristiche tipiche dello smorzamento di albero, ingranamento e cuscinetto, nonché la loro azione combinata, indicando dove ciascun meccanismo è più efficace e come interagisce all'interno del sistema di trasmissione.

Nel complesso, i risultati confermano come lo smorzamento di albero e cuscinetto sia il meccanismo individuale più efficace per attenuare i carichi dinamici, mentre la configurazione con smorzamento combinato garantisce la riduzione complessiva più

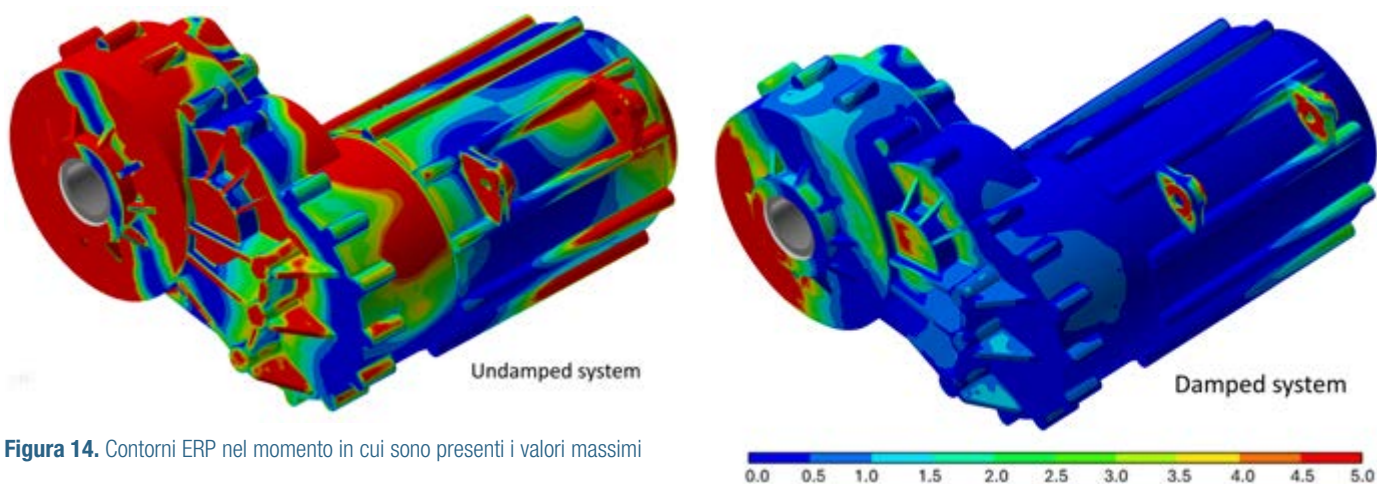


Figura 14. Contorni ERP nel momento in cui sono presenti i valori massimi

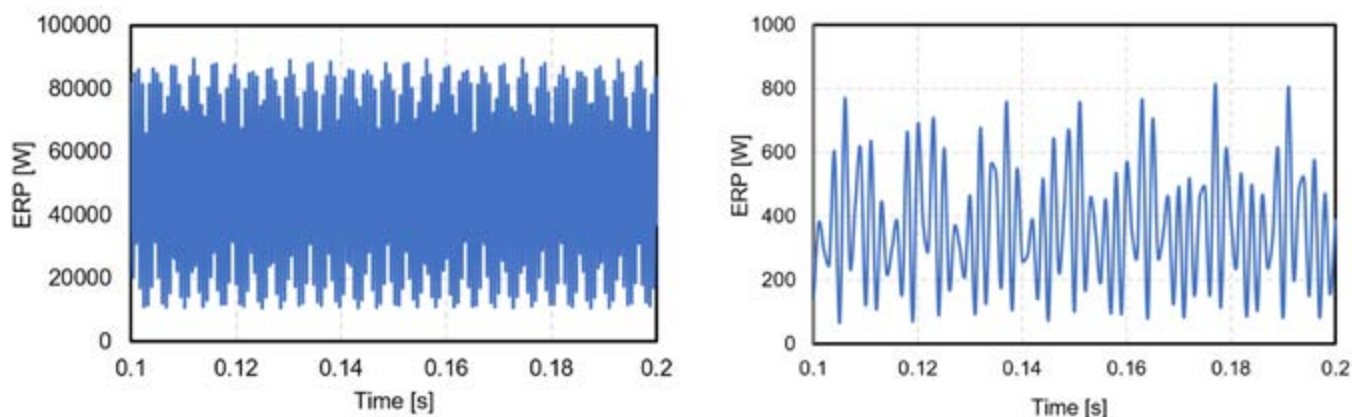


Figura 15. Magnitudo ERP in funzione del tempo. A sinistra: caso non smorzato, a destra: caso smorzato

significativa del fattore dinamico, assicurando un funzionamento più regolare lungo l'intero intervallo di numero di giri.

Analisi NVH in RecurDyn

Nella sezione precedente è stata eseguita l'analisi della risposta forzata del modello di riduttore nelle condizioni non smorzate e smorzate. L'analisi ha fornito i dati delle forze di reazione dei cuscinetti. Successivamente queste forze cuscinetto, sia per i casi non smorzati sia per quelli smorzati (corrispondenti al numero di giri in entrata di 4280 [1/min]), vengono importate in RecurDyn e applicate direttamente alla scatola del sistema di trasmissione nelle sedi cuscinetto, includendo cuscinetti, alberi e ingranaggi del modello. Il processo inizia con la configurazione dei parametri della scatola e l'esecuzione di un'analisi modale per estrapolare un modello flessibile a ordine ridotto, concentrandosi sulle prime 200 frequenze proprie.

Successivamente, funzioni spline dipendenti dal tempo, rappresentative delle forze cuscinetto, vengono applicate nelle corrispondenti posizioni della scatola. Prima di eseguire l'analisi NVH, viene effettuata una simulazione dinamica per determinare la risposta della scatola. Viene calcolato un parametro cinematico critico per la valutazione NVH (le velocità superficiali in corrispondenza dei nodi della geometria della scatola).

Infine, la potenza irradiata equivalente (ERP), che quantifica il rumore emesso dalla superficie della scatola verso l'ambiente, viene calcolata come segue:

$$ERP = f_{RLF} \cdot \frac{1}{2} \cdot C \cdot \rho \cdot \sum (A_i \cdot v_i^2) \quad (3)$$

dove f_{RLF} è il fattore di dissipazione per radiazione, C è la velocità del suono, ρ è la densità del materiale target che propaga il rumore, ad esempio l'aria, A_i è l'area sul pannello flessibile i th della superficie della

scatola, e v_i è la velocità normale della sua faccia. Per ulteriori dettagli fare riferimento al punto [22].

Per dimostrare chiaramente quali parti della superficie della scatola emettono più rumore, il grafico a contorno dell'ERP risulta molto utile. Può quindi essere utilizzato per affrontare eventuali modifiche progettuali richieste, come l'irrigidimento locale della scatola mediante nervature, al fine di ridurre il rumore.

La figura 14 mostra i contorni ERP di entrambi i casi. T_{max} indica il momento in cui l'ERP raggiunge il valore massimo. I valori massimi delle scale cromatiche sono regolati per evidenziare chiaramente la distribuzione del rumore sulla superficie della scatola. Si può notare come la variazione dell'ERP dipenda sia dal tempo di simulazione, sia dalla posizione locale sulla scatola. Si vede chiaramente come, nel modello non smorzato, la zona della scatola in prossimità dei cuscinetti dell'albero d'uscita

presenta valori ERP più elevati e, di conseguenza, emette rumore verso l'ambiente. Al contrario, la scatola del modello smorzato mostra prestazioni superiori in termini di emissione acustica. La differenza tra i valori ERP dei due modelli evidenzia tale superiorità.

Per chiarire ulteriormente le prestazioni dei due modelli, l'ERP nel dominio del tempo viene calcolata per la superficie in prossimità dell'albero d'uscita, considerando le prime 20 frequenze proprie della scatola. I risultati sono riportati nella figura 15.

Questi risultati descrivono il livello di miglioramento dell'emissione acustica a partire dalla superficie della scatola in base ai valori di smorzamento selezionati a tale scopo.

Ciò implica di fatto che una accurata selezione delle proprietà di smorzamento porta a un minor livello di emissioni acustiche, riducendo le doppie ampiezze delle forze di eccitazione e, di conseguenza, eccitazioni più basse al sistema di trasmissione in corrispondenza dei numeri di giri critici.

Conclusione

È stato confrontato l'effetto dello smorzamento interno degli elementi di un sistema di trasmissione in diverse condizioni di carico. L'analisi della risposta forzata del modello è stata eseguita per calcolare il comportamento dinamico del modello di riduttore soggetto a carichi dinamici provenienti da diverse sorgenti di eccitazione. L'effetto dello smorzamento su cuscinetti, alberi e ingranamenti è stato analizzato separatamente, al fine di fornire un quadro più chiaro sull'effetto individuale nella riduzione delle forze di contatto dell'ingranamento e delle forze di reazione dei cuscinetti. L'analisi ha poi considerato il caso in cui si combina l'effetto dello smorzamento in tutti gli elementi. I risultati hanno confermato che l'efficacia dello smorzamento è molto sensibile al momento in entrata. Se da un lato valori elevati di smorzamento risultano particolarmente vantaggiosi a livelli bassi di momento torcente, la risposta dinamica del sistema, e quindi il beneficio derivante dallo smorzamento, diventa

meno evidente all'aumentare del momento torcente. Lo smorzamento è molto efficace a bassi livelli di momento torcente, ma diventa meno influente all'aumentare del momento in entrata. Ciò evidenzia la necessità di strategie di smorzamento adattive nei sistemi di riduttori che operano su ampi intervalli di momento torcente. La convergenza dei fattori di smorzamento ai vari livelli di smorzamento con momento torcente elevato suggerisce che oltre una certa soglia, un ulteriore aumento dello smorzamento dell'ingranamento comporta benefici aggiuntivi limitati. Questo sottolinea l'importanza di ottimizzare i parametri di smorzamento in base agli intervalli di momento torcente d'esercizio previsti. In futuro la ricerca dovrebbe concentrarsi sullo sviluppo di materiali e tecniche di smorzamento avanzati, personalizzati in funzione di configurazioni specifiche dei sistemi di trasmissione, al fine di migliorare ulteriormente i risultati NVH. ●

Il contenuto è stato presentato alla conferenza FTM ed è documentato nel paper n. 25FTM24.

Referenze

- [1] Ankouni, M., 2016, "Modeling of Damping in Elastohydrodynamic Lubricated Contacts: Application to Gear Dynamics," Ph.D. thesis, Université de Lyon.
- [2] Liu, S. and Liu, F., 2019, "Vibration Characteristics of Spur Gear System With Non-Linear Damping Under No Lubrication Condition," *J. Vibroeng.*, 21(5), pp. 1260–1270.
- [3] Amabili, M. and Rivola, A., 1997, "Dynamic Analysis of Spur Gear Pairs: Steady-State Response and Stability of the SDOF Model With Time-Varying Meshing Damping," *Mech. Syst. Signal Process.*, 11, pp. 375–390.
- [4] Hortel, M. and Škuderová, A., 2007, "Linear and Nonlinear Damping in Dynamics of Gear Mesh of Parametric Systems With Impacts," *Eng. Mech.*, 14, pp. 91–104.
- [5] Li, S. and Kahraman, A., 2011, "A Spur Gear Mesh Interface Damping Model Based on Elastohydrodynamic Contact Behaviour," *Int. J. Powertrains*, 1, pp. 4–21.
- [6] Guilbault, R., Lalonde, S., and Thomas, M., 2012, "Nonlinear Damping Calculation in Cylindrical Gear Dynamic Modeling," *J. Sound Vib.*, 331, pp. 2110–2128.
- [7] Liu, F.H., Theodossiadis, S., Bergman, L.A., Vakakis, A.F., and McFarland, D.M., 2015, "Analytical Characterization of Damping in Gear Teeth Dynamics Under Hydrodynamic Conditions," *Mech. Mach. Theory*, 94, pp. 141–147.
- [8] Ankouni, M., Lubrecht, A., and Velex, P., 2016, "Modelling of Damping in Lubricated Line Contacts – Applications to Spur Gear Dynamic Simulations," *Proc. Inst. Mech. Eng., Part C: J. Mech. Eng. Sci.*, 230, pp. 1222–1232.
- [9] Yousfi, N., Zghal, B., Akrou, A., Walha, L., and Haddar, M., 2020, "Selection of Viscous Damping Coefficients Using the Continuous Wavelet Transform Method for a Gear System," *J. Theor. Appl. Mech.*, 58, pp. 585–598.
- [10] Yousfi, N., Zghal, B., Akrou, A., Walha, L., and Haddar, M., 2022, "Estimation of the Damping Model of a Spur Gear Pair System Including a Time-Varying Loading," *C. R. Méc.*, 350, pp. 255–267.
- [11] Zhou, J. and Wenlei, S., 2014, "Vibration and Noise Radiation Characteristics of Gear Transmission System," *J. Low Freq. Noise Vib. Active Control*, 33, pp. 485–502.
- [12] Bozca, M., 2018, "Transmission Error Model-Based Optimisation of the Geometric Design Parameters of an Automotive Transmission Gearbox to Reduce Gear-Rattle Noise," *Appl. Acoust.*, 130, pp. 247–259.
- [13] Zubik, M., Prokop, A., Rehak, K., and Novotny, P., 2015, "The Effect of the Gear Parameters to the Noise of Transmission," *Vibroeng. Proc.*, 6, pp. 357–362.
- [14] O'Rourke, R. and Grander, M., 1999, "Cast Iron: A Solid Choice for Reducing Gear Noise," *Gear Technol.*, Sept./Oct., pp. 46–49.
- [15] Senthilvelan, S. and Gnanamoorthy, R., 2006, "Damping Characteristics of Unreinforced, Glass and Carbon Fiber Reinforced Nylon 6/6 Spur Gears," *Polym. Test.*, 25, pp. 56–62.
- [16] Sharma, A., Aggarwal, M.L., and Singh, L., 2016, "Experimental Investigation Into the Effect of Noise and Damping Using Composite Spur Gear," *Proc. 5th Int. Conf. on Materials Processing and Characterization (ICMPC), Hyderabad, India, Mater. Today: Proc.*, 4, pp. 2777–2782.
- [17] Inoue, K., et al., 2020, "Vibroacoustic Simulation of Gearboxes With Coupled Structural-Acoustic Models," *Mech. Syst. Signal Process.*, 146, Art. No. 106996.
- [18] Zhou, R., et al., 2019, "Effect of Time-Varying Mesh Stiffness and Damping on Gear Noise Prediction," *J. Sound Vib.*, 443, pp. 1–14.
- [19] Wu, Y., et al., 2021, "Damping Modeling and Noise Behavior of Plastic Gears Under Varying Operational Conditions," *Appl. Acoust.*, 179, Art. No. 107901.
- [20] Ebrahimi, S., Kissling, U., and Matkovič, S., 2024, "Characterization of the Gear Meshing Damping of Gear Drives With Plastic Gears Using the Forced Response Analysis for NVH Prediction," *Gear Technol.*, Published online 16 Feb.
- [21] KISSsoft AG., 2023, *KISSsoft User Manual*, KISSsoft AG, Bubikon, Switzerland.
- [22] FunctionBay Co. Ltd., 2019, *RecurDyn User Manual*, FunctionBay, Seoul, South Korea.