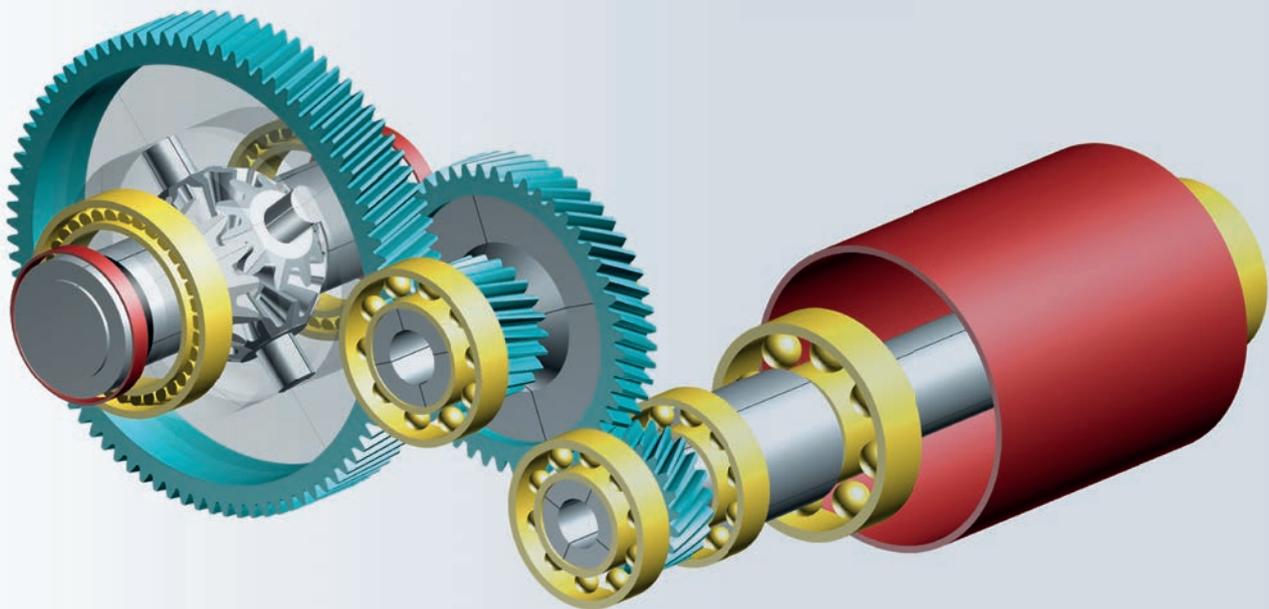


EFFIZIENTER AUSLEGUNGSPROZESS FÜR STIRNRADGETRIEBE – TEIL 1



Die Auslegung und Konstruktion von Getrieben erfolgen heutzutage in den meisten Fällen unter Einsatz von spezialisierter Software. Aktuelle Programme implementieren dabei die einschlägigen Normen, insbesondere für die Festigkeitsberechnungen. Die Vorgehensweise bei der Auslegung eines Getriebes wird hier am Beispiel des Programms KISSsoft illustriert. Diese Software führt Festigkeitsberechnungen für die in Getrieben verwendeten Maschinenelemente durch. Bei den Zahnrädern werden zusätzlich die Zahnradgeometrie und Effekte wie Wirkungsgrad und Geräuschentwicklung behandelt. Als modernes Programm enthält KISSsoft auch eine Systembewertung, welche das Getriebe als Gesamtsystem betrachtet und die Konsistenz der einzelnen Auslegungen zueinander sicherstellt.

Allgemein kann die Auslegung von mehrstufigen Stirnradgetrieben in mehrere Abschnitte unterteilt werden. In einem ersten Schritt wird das Pflichtenheft analysiert und ein Getriebekonzept mit einem Kinematikmodell erstellt. Im zweiten Schritt wird die Gesamtübersetzung auf einzelne Getriebestufen verteilt. Danach werden die Stirnradstufen ausgelegt und optimiert. Im vierten Schritt werden Wellen und Lager ausgelegt und eine Systemdeformations- und Lastverteilungsberechnung durchgeführt. Anschließend wird die Mikrogeometrie der Verzahnungen definiert und auf verschiedene Kriterien hin optimiert. Als Beispiel soll ein mehrstufiges Elektrofahrzeuggetriebe dienen, das Schritt-für-Schritt ausgelegt wird. Die Auslegung der Wellen und Lager sowie des Differentials wird hier nicht im Detail behandelt.

1. ANALYSE DES PFLICHTENHEFTS UND ERSTELLUNG DES KINEMATIKMODELLS

Für das behandelte Beispiel eines Elektrofahrzeuggetriebes sind folgende Eckdaten gegeben: Der Elektromotor liefert eine Leistung von 80 kW bei einer Drehzahl von 6.000 1/min. Das Fahrzeug soll bei diesen Betriebsbedingungen eine Geschwindigkeit von 80 km/h haben. Das Differential wird hier nicht modelliert, weil der Fokus in vorliegendem Fall auf den Stirnrädern liegt. Einfachheitshalber wird eine Differential-Übersetzung von 1 angenommen (**Bild 01**).

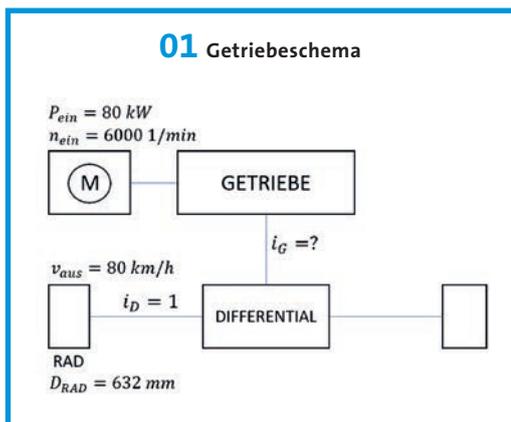
Die Gesamtübersetzung des Getriebes lässt sich mit der folgenden Formel berechnen:

$$i_{tot} = i_G \cdot i_D = \frac{n_{ein} \cdot D_{RAD} \cdot \pi}{v_{aus}}$$

i_{tot} - Gesamtübersetzung, n_{ein} - Eingangsdrehzahl, D_{RAD} - Raddurchmesser, v_{aus} - Fahrzeuggeschwindigkeit,

Durch Einsetzen der Zahlen ergibt sich die Soll-Übersetzung

$$i_{tot} = i_G \cdot i_D = \frac{6000 (1 / \text{min}) \cdot 0.632 (m) \cdot 3.14}{1333 (m / \text{min})} \approx 8.9$$



Da beim Differential eine Übersetzung von 1:1 angenommen wurde, ist die Gesamtübersetzung gleich der Soll-Übersetzung des Getriebes.

Außerdem entnehmen wir folgende Randbedingungen aus dem Pflichtenheft, zusammengefasst in **Tabelle 01**.

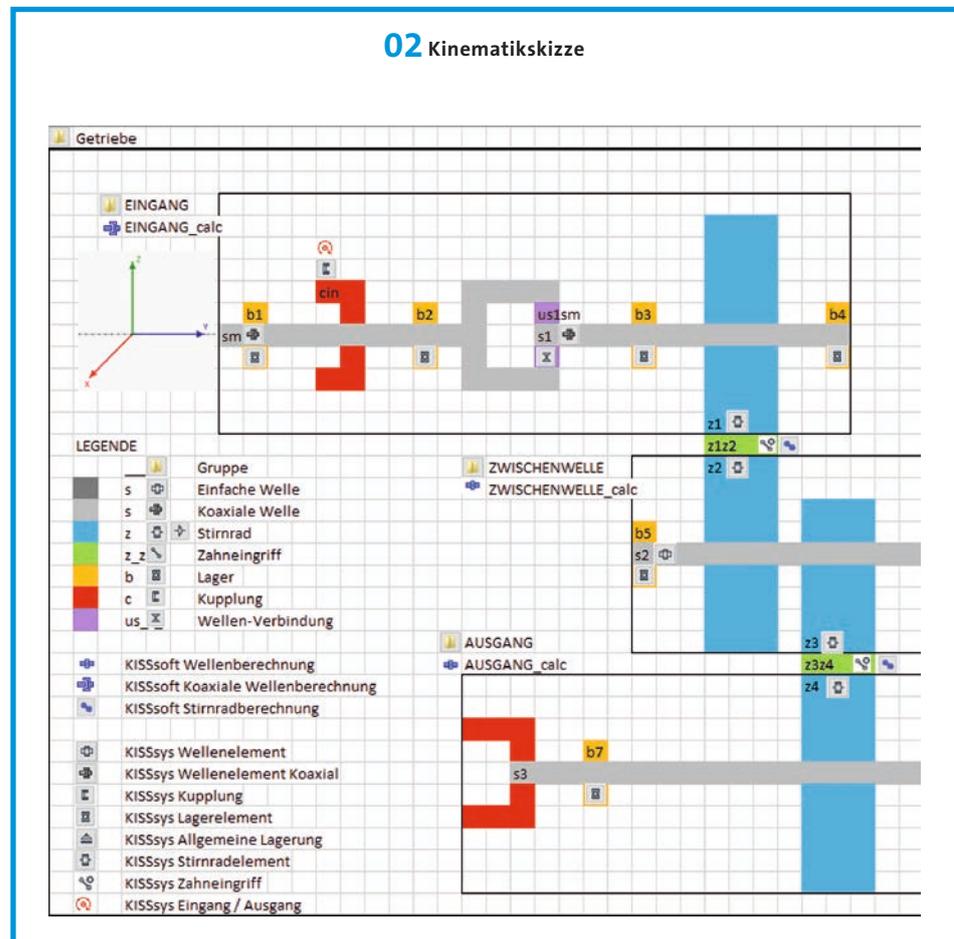
Die Übersetzung pro Stufe sollte im Bereich 2 bis 5 liegen. Da eine Soll-Übersetzung von 8.9 verlangt wird, entscheiden wir uns für ein 2-stufiges Stirnradgetriebe. Im nächsten Schritt wird eine Kinematikskizze und ein entsprechendes Modell mit der Systemberechnung von KISSsoft erstellt (**Bilder 02 und 03**).

2. AUFTeilUNG DER ÜBERSETZUNG

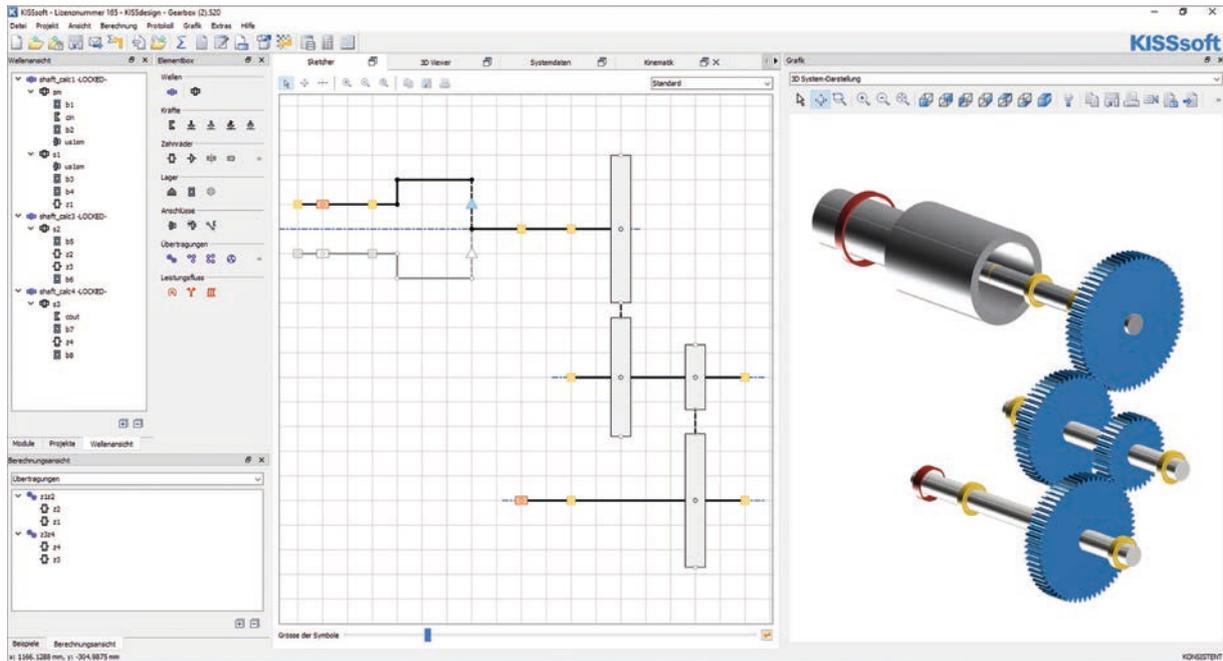
Für die Aufteilung der Gesamtübersetzung auf die einzelnen Getriebestufen kann eine Formel aus der Literatur [6], [7] herangezogen werden. Die Übersetzungen für ein 2-stufiges Stirnradgetriebe ergeben sich dann folglich:

$$i_{12} = \frac{z_2}{z_1} = 0.7332 \cdot |i_{tot}|^{0.6438} = 0.7332 \cdot |8.9|^{0.6438} \approx 2.99$$

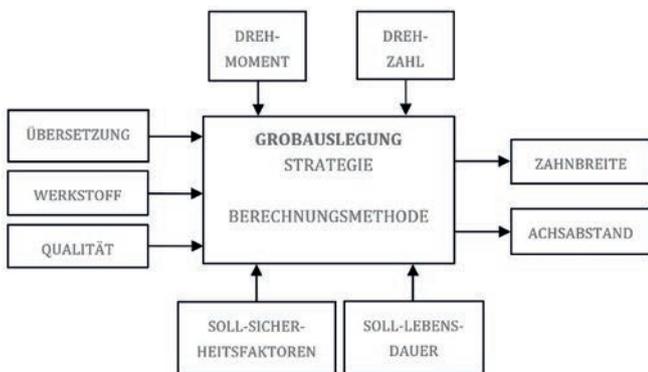
$$i_{34} = \frac{z_4}{z_3} = \frac{|i_{tot}|}{i_{12}} = \frac{|8.9|}{2.99} \approx 2.97$$



03 Getriebemodell im KISSsoft-Systemberechnungsmodul



04 Grobauslegung



Ganzzahlige Übersetzungen sind zu vermeiden, da dann immer die gleichen Zahnpaare pro Umdrehung in Kontakt sind. Sollte ein Zahn eine bestimmte Fertigungsabweichung aufweisen, würde diese Fertigungsabweichung immer mit dem gleichen Zahn am Gegenrad in Kontakt sein, was ungünstig wäre. Die höchste Anzahl Umdrehungen, bis zwei bestimmte Zähne wieder in Kontakt kommen, ergibt sich, wenn die beiden Zahnzahlen keinen gemeinsamen Teiler haben. Dann treffen erst nach $z_1 \cdot z_2$ Umdrehungen dieselben Zähne wieder aufeinander. Hier werden folgende Soll-Übersetzungen gewählt:

$$i_{12} = 3.05$$

$$i_{34} = 2.91$$

3. AUSLEGUNG VON STIRNRADSTUFEN

Die Auslegung von Stirnrädern lässt sich in drei Schritte unterteilen: Im ersten Schritt werden verschiedene Grobdimensionen der Zahnradpaare wie Achsabstand und Zahnbreite, aber auch der Werkstoff, festgelegt. Der Achsabstand und die Zahnbreite sind direkt mit dem zur Verfügung stehenden Platz verknüpft (den Gehäusedimensionen) und beeinflussen Größe, Gewicht und Kosten der Zahnräder. Darüber hinaus hängt die Drehmomentkapazität stark von den gewählten Zahnradwerkstoffen, der Art der Wärmebehandlung und der Zahnradqualität ab. Mit einsatzgehärteten Zahnradern lassen sich tendenziell höhere Drehmomentkapazitäten als mit nitrierten Zahnradern erzielen. Allerdings ist ein Fertigbearbeitungsprozess (beispielsweise Schleifen) erforderlich, um den Verzug durch das Härten zu beheben. Hier spielen also auch Fertigungskosten mit hinein.

3.1 GROBDIMENSIONIERUNG VON ZÄHNÄDERN

Die Software unterstützt die erste Grobdimensionierung mit einem eigenen Modul. Nach Vorgabe von Werkstoff, Leis-

Tabelle 01

Rechenmethoden		Mindest-Sicherheiten/ Lebensdauer	
Stirnräder	ISO 6336: 2019	Fuß	$S_{Fmin} = 1.6$
		Flanke	$S_{Hmin} = 1.1$
Wellen	DIN 743: 2012	Statisch	$S_{Smin} = 1.2$
		Dynamisch	$S_{Dmin} = 1.2$
Lager	ISO 281: 2007	Soll-Lebensdauer	$L_{hmin} = 5000 \text{ h}$
Werkstoffe			
Stirnräder		18 CrNiMo7-6 einsatzgehärtet	
Wellen		C45 vergütet	
Schmierung			
Öl		Einspritzschmierung ISO VG 46, 80°	

05 Grobauslegung in KISSsoft (erste Stufe)

The screenshot shows the KISSsoft interface for gear design. The 'Geometrie' tab is active, displaying input parameters for two gears (Rad 1 and Rad 2). The 'Zahnezahl' (number of teeth) is set to 23 for Rad 1 and 70 for Rad 2. The 'Zahnweite' (pitch diameter) is 31.0000 mm for both. The 'Schrägungswinkel' (helix angle) is 15.0000 degrees. The 'Achsabstand' (center distance) is 96.0000 mm. The 'Normalmodul' is 2.0000 mm. The 'Schrägungswinkel am Teilkreis' is 'rechtssteigend'. The 'Profilverschiebungsfaktor' is 0.2433 for Rad 1 and -0.3822 for Rad 2. The 'Qualität (ISO 1328:2013) A' is set to 3 for both.

The 'Vorgaben Resultate' table shows the following data:

Nr.	a [mm]	b ₁ [mm]	b ₂ [mm]	m _n [mm]	T _{max} /W [Nm]	W [kg]
22	101.000	27.883	26.695	2.000	97.344	1.308
18	98.500	29.988	28.800	2.000	93.682	1.354
14	96.000	31.036	29.848	2.000	93.424	1.363
26	104.000	26.749	25.624	2.250	90.368	1.405
28	106.000	26.468	25.343	2.250	89.832	1.419
23	101.000	28.788	27.600	2.250	88.093	1.448
19	98.500	29.988	28.800	2.250	86.755	1.467
15	96.000	31.682	30.494	2.250	85.299	1.493
29	106.000	26.598	25.473	2.500	83.368	1.530
10	93.500	33.874	32.561	2.250	82.577	1.545
27	104.000	27.803	26.678	2.500	81.633	1.564
24	101.000	29.142	27.954	2.500	81.172	1.571
20	98.500	30.739	29.551	2.500	79.762	1.603
16	96.000	32.085	30.897	2.500	78.799	1.619
11	93.500	34.524	33.211	2.500	75.580	1.685
7	91.000	36.155	34.655	2.500	75.297	1.691
25	101.000	30.285	29.097	2.750	73.509	1.730
21	98.500	31.119	29.931	2.750	73.444	1.732
12	93.500	34.293	32.980	2.750	71.452	1.778
17	96.000	33.780	32.592	2.750	70.528	1.801

tungsdaten und Sollübersetzung, präsentiert die Grobauslegung eine Reihe von möglichen Lösungen für Achsabstand, Breite, Zähnezah und Modul – zusammen mit Eigenschaften wie den berechneten Sicherheiten, Gewicht, Wirkungsgrad und anderen. Die Ergebnisse können dann nach verschiedenen Kriterien sortiert werden, um letztlich die gewünschte Lösung auszuwählen.

Eine wichtige erste Information ist die sinnvolle Dimensionierung von Achsabstand und Zahnradbreite. Dies gibt einen ersten schnellen Eindruck, in welcher Größenordnung sich das Getriebe bewegt. Wichtige Randbedingungen für die Grobauslegung sind das Verhältnis der Zahnweite zum Normalmodul – bei Anwendungen wie Elektro-Fahrzeuggetrieben (Automotive) liegt es üblicherweise bei $b/m_n \approx 15$, und das Verhältnis von Zahnweite zu Achsabstand gewöhnlich um 0.5. **Bild 04** veranschaulicht den Datenfluss in diesem ersten Schritt.

Tabelle 02

Erste Stufe

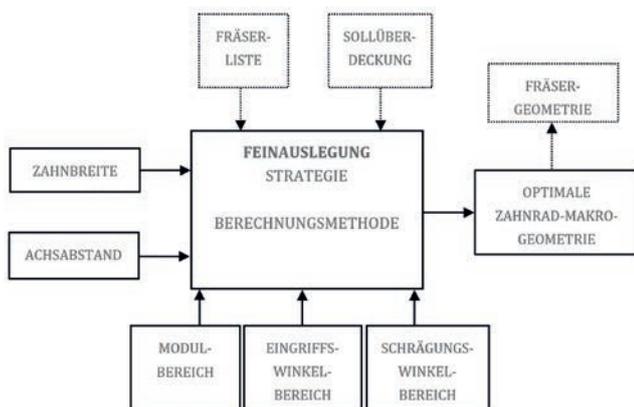
Zahnweite (mm)	$b_1 = 31$	$b_2 = 31$
Achsabstand (mm)	$a = 96$	
Zähnezah (grob)	$z_1 = 23$	$z_2 = 70$
Modul (grob) (mm)	$m_n = 2$	
Schrägungswinkel (grob)	$\beta = 15^\circ$ (Ritzel, rechts-steigend)	
Fussicherheit (berechnet)	$S_{F1} = 2.99$	$S_{F2} = 2.86$
Flankensicherheit (berechnet)	$S_{H1} = 1.12$	$S_{H2} = 1.16$
Gesamtüberdeckung (berechnet)	$\epsilon_\gamma = 2.58$	

Zweite Stufe

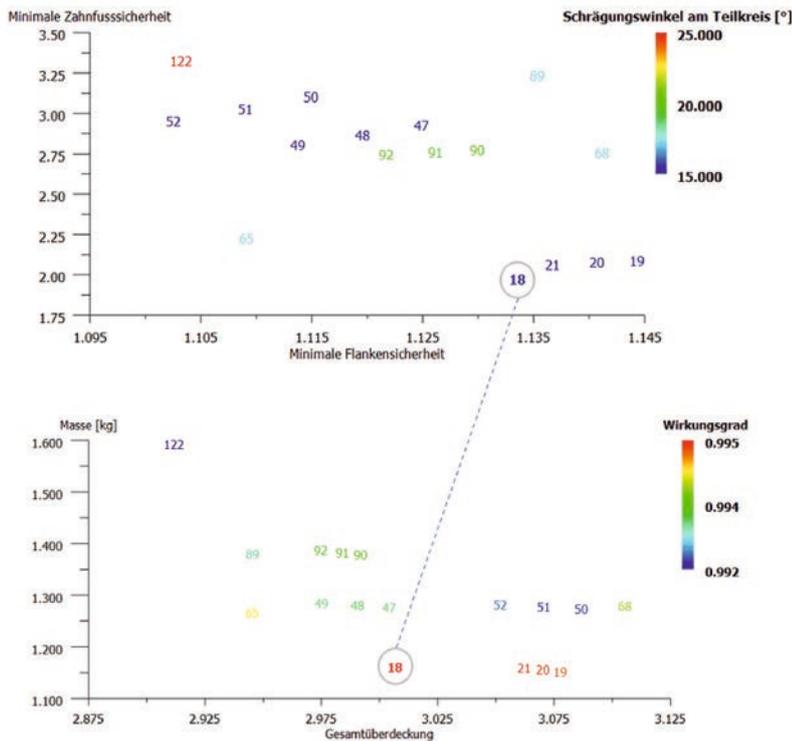
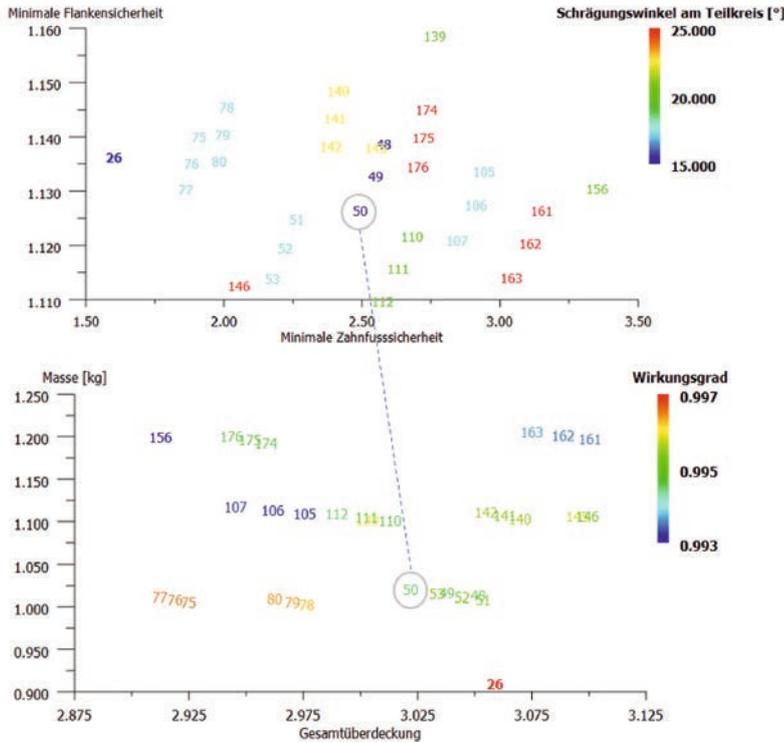
Zahnweite (mm)	$b_1 = 25$	$b_2 = 25$
Achsabstand (mm)	$a = 100$	
Zähnezah (grob)	$z_1 = 28$	$z_2 = 82$
Modul (grob) (mm)	$m_n = 1.75$	
Schrägungswinkel (grob)	$\beta = 15^\circ$ (Ritzel, rechts-steigend)	
Fussicherheit (berechnet)	$S_{F1} = 3.47$	$S_{F2} = 2.25$
Flankensicherheit (berechnet)	$S_{H1} = 1.10$	$S_{H2} = 1.14$
Gesamtüberdeckung (berechnet)	$\epsilon_\gamma = 2.86$	

a – Achsabstand, $b_{1,2}$ – Zahnweite, m_n – Modul, W – Gewicht, T_{max}/W – Leistungsdichte

06 Feinauslegung



07 Feinauslegung, erste Stufe (oben), zweite Stufe (unten)



3.2 FEINAUSLEGUNG VON STIRNRADSTUFEN

Im nächsten Schritt wird die Makrogeometrie der Zahnräder optimiert, d. h. Modul, Zähnezahzahl, Eingriffswinkel, Schrägungswinkel und Bezugsprofil. Bei einem herkömmlichen Herstellungsverfahren für Zahnräder sind Normalmodul, Eingriffswinkel und Bezugsprofil direkt mit der Fräsergeometrie verknüpft. Bei Industriegetrieben besteht häufig der Wunsch, bereits vorhandene Werkzeuge zu verwenden, da die Stückzahlen nicht sehr hoch sind. Die Berücksichtigung der verfügbaren Werkzeuge in einer frühen Konstruktionsphase kann bei den späteren Herstellschritten Kosten sparen. Bei einem Fahrzeuggetriebe werden i. d. R. deutlich höhere Stückzahlen geplant, so dass der mit einem Sonderwerkzeug verbundene Aufwand kein finanzielles Problem darstellt. Damit sind Bezugsprofil inklusive Profilwinkel und Modul im sinnvollen Größenbereich frei wählbar. Hier steht eher die Optimierung des Herstellprozesses auf lange Werkzeuglebensdauer hin im Vordergrund. So führt z. B. das Fräsen bis nahe an den Grundkreis heran zu einer sehr hohen Verweildauer des Werkzeugkopfs im Zahngrund, was wiederum zu höherem Verschleiß führt.

Darüber hinaus muss die resultierende Zahnradgeometrie den Sollsicherheitsfaktoren unter Beachtung der gewählten Methode für die Berechnung der Zahnradfestigkeit genügen. Insbesondere bei Elektrofahrzeugen stehen ein hoher Wirkungsgrad und niedrige Geräuschanregungen im Vordergrund. Hier sind oft Kompromisse gefragt. Zwar lassen sich mit einem größeren Zahnrad-Fussrundungsradius tendenziell höhere Zahnfussicherheiten erzielen, jedoch kann es dadurch zu Eingriffsstörungen kommen, da die Evolvente nicht mehr weit genug nach unten reicht. Als Gegenmaßnahme ist der Kopf zu kürzen, was sich wegen der niedrigeren Überdeckung negativ auf die Geräuscentwicklung auswirken kann. Ebenso ist ein hoher Eingriffswinkel gut für die Festigkeit und den Wirkungsgrad, aber in den meisten Fällen negativ für die Geräuscentwicklung. Die Auswertung von auf verschiedenen Geometrien basierenden Lösungen und das Ausschließen nicht realisierbarer Lösungen in einer frühen Konstruktionsphase stellen daher wichtige Aufgaben dar (Bild 06).

Eine spezialisierte Software kann in diesem Zusammenhang mit einer entsprechenden Funktionalität für Abhilfe sorgen. Sobald Achsabstand und Zahnbreite feststehen, kann die Makrogeometrie der Zahnräder mit der sog. Feinauslegung systematisch variiert werden. Der Anwender gibt zuerst einen sinnvollen Bereich sowie die Schrittweite für Modul, Eingriffswinkel und Schrägungswinkel vor und startet anschließend die Berechnung.

Dank der Leistungsfähigkeit aktueller Computer stehen am Ende einer solchen Berechnung schnell über 1.000 verschiedene geometrische Lösungen zur Verfügung. Die größte Herausforderung besteht darin, alle nicht realisierbaren Varianten auszuschließen und eine intelligente Strategie für das Erkennen der optimalen Lösung zu entwickeln. Das Programm sortiert bereits alle nicht sinnvollen Varianten aus, wobei der Benutzer die Filterwirkung regulieren kann. In unserem Beispiel wurden automatisch alle Ergebnisse unterdrückt, bei welchen

- die Mindestanforderungen an die Sicherheitsfaktoren nicht erfüllt sind,
- ein Unterschnitt existiert,
- die Zahndicke am Zahnkopf zu klein ist für den Härteprozess,
- die Abweichung vom geforderten Zähnezah-Verhältnis zu groß ist oder
- das spezifische Gleiten (Verschleiß, Reibung) zu hoch ausfällt.

Für die übriggebliebenen Lösungen gibt es grafische und tabellarische Darstellungen, um möglichst effizient die verschiedenen Anforderungen unter einen Hut bringen zu können. An dieser Stelle ist der Ingenieur gefragt, denn eine einzige richtige und optimale Lösung gibt es nicht. Vielmehr handelt es sich um eine Entscheidung basierend auf dem Erfahrungswert, welche der in Frage kommenden Lösungen letztlich ausgewählt werden soll.

In **Bild 07** ist die letzte Phase einer solchen Optimierung am Beispiel von unserem Elektrofahrzeuggetriebe dargestellt, bei der nur einige wenige Kandidaten übrigbleiben, welche die besten Lösungen darstellen. Zahlen in dieser Abbildung bezeichnen bestimmte Resultate aus der Optimierungsberechnung bei festgehaltenem Achsabstand und Zahnbreite (identische Getriebedimensionen), jeweils für die erste und die zweite Stufe vom Getriebe. Bei der Auswahl einer optimalen Lösung gilt es, einen Kompromiss zwischen mehreren Verzahnungsparametern zu finden:

- eine hohe Flankensicherheit
- eine hohe Fußsicherheit
- Schrägungswinkel so hoch wie nötig, so niedrig wie möglich (Axialkräfte)
- ganzzahlige Gesamtüberdeckung (gut für das Geräuschverhalten)
- hoher Wirkungsgrad
- geringe Masse (korreliert mit den Herstellkosten)

Am Beispiel des Elektrofahrzeuggetriebes haben wir uns bei der ersten Stufe für die Lösung Nummer 50 und bei der zweiten Stufe für die Lösung Nummer 18 entschieden. Die endgültigen Verzahnungsparameter sind in **Tabelle 03** zusammengefasst.

Fotos: KISSsoft

www.kisssoft.com

Der Beitrag wird in der Ausgabe **antriebstechnik 04/2022** fortgesetzt.

Tabelle 03

Erste Stufe

Zahnbreite (mm)	$b_1 = 31$	$b_2 = 31$
Zähnezah	$z_1 = 30$	$z_2 = 91$
Profilverschiebungsfaktor	$x_1 = 0.484$	$x_2 = 0.942$
Achsabstand (mm)	$a = 96$	
Eingriffswinkel	25°	
Modul (mm)	$m_n = 1.5$	
Schrägungswinkel	$\beta = 15^\circ$ (Ritzel, rechts-steigend)	
Fussicherheit (berechnet)	$S_{F1} = 2.0$	$S_{F2} = 1.9$
Flankensicherheit (berechnet)	$S_{H1} = 1.18$	$S_{H2} = 1.22$
Gesamtüberdeckung (berechnet)	$\epsilon_\gamma = 3.00$	

Zweite Stufe

Zahnbreite (mm)	$b_1 = 25$	$b_2 = 25$
Zähnezah	$z_1 = 33$	$z_2 = 96$
Profilverschiebungsfaktor	$x_1 = 0.171$	$x_2 = 0.279$
Achsabstand (mm)	$a = 100$	
Eingriffswinkel	20°	
Modul (mm)	$m_n = 1.5$	
Schrägungswinkel	$\beta = 15^\circ$ (Ritzel, rechts-steigend)	
Fussicherheit (berechnet)	$S_{F1} = 3.47$	$S_{F2} = 3.30$
Flankensicherheit (berechnet)	$S_{H1} = 1.30$	$S_{H2} = 1.34$
Gesamtüberdeckung (berechnet)	$\epsilon_\gamma = 3.00$	

Literaturverzeichnis

- [1] ISO 6336, *Tragfähigkeitsberechnung von gerad- und schrägverzahnten Stirnrädern, Teile 1, 2, 3 und 6*, 2019.
- [2] ISO 53, *Stirnräder für den allgemeinen und Schwermaschinenbau – Standard-Bezugszahnstangen – Zahnprofile*, 1998.
- [3] Kissling, U.: *Layout of the Gear Micro Geometry, Gear Solutions*, 2008.
- [4] DIN ISO 21771: 2014-08.
- [5] *Zahnräder - Zylinderräder und Zylinderradpaare mit Evolventenverzahnung – Begriffe und Geometrie (ISO 21771:2007)*, 2014.
- [6] B. Schlecht *Maschinenelemente 2*, Pearson Studium, Kapitel 18, 2009.
- [7] Roloff/Matek *Maschinenelemente, Springer Vieweg* 2019.

DER AUTOR



M.Sc. ETH Ilja Tsikur ist Vertriebsingenieur bei der KISSsoft AG in Bubikon, Schweiz